

Remote-State Präparation eines einzelnen Atoms

Diplomarbeit am Department für Physik
der
Ludwig-Maximilians-Universität München
Arbeitsgruppe Prof. Dr. Harald Weinfurter

Stefan Berner

München, den 13. April 2006

Erstgutachter: Prof. Dr. Harald Weinfurter
Zweitgutachter: Prof. Dr. Jan Arlt

Inhaltsverzeichnis

Erklärung	v
Einleitung	vii
1 Theorie	1
1.1 Grundlegendes zur Quantenmechanik	1
1.1.1 Beschreibung von quantenmechanischen Zuständen	1
1.1.2 Dichtematrixformalismus	3
1.2 Rekonstruktion der Dichtematrix aus experimentellen Daten	5
1.2.1 Die Rolle der Messung in der Quantenmechanik	5
1.2.2 Verschränkung	6
1.3 Teleportation	8
1.3.1 Einleitung	8
1.3.2 Vorstellung des Protokolls	8
1.3.3 Remote-State-Präparation	11
1.3.4 Zusammenfassung	11
2 Atom-Photon Verschränkung	15
2.1 Einleitung	15
2.2 Erzeugung der Atom-Photon Verschränkung	15
2.3 Atomfalle	16
2.3.1 Beobachtung von einzelnen Atomen in der Dipolfalle	20
2.4 Analyse der Atom und Photonzustände	20
2.5 Zeitlicher Ablauf des Experiments	23
2.6 Nachweis der Verschränkung	24
2.7 Zustandstomographie	29
2.8 Zusammenfassung	29
3 Remote-State-Präparation	31
3.1 Einleitung	31
3.2 Remote-State Präparation eines atomaren Q-Bits	32
3.3 Experimentelle Anforderungen	34
3.4 Experimentelle Realisierung	34
3.4.1 Kurzer Überblick über den experimentellen Aufbau	34

3.4.2	Stabilität des Interferometers	37
3.4.3	Kalibration der Phasen im Interferometer	40
3.4.4	Polarisationskompensation	41
3.4.5	Kontrast	45
3.4.6	Detektion des Photons	45
3.5	Resultate	45
3.5.1	Präparation der Zustände auf dem Großkreis in der xz-Ebene der Blochkugel	46
3.5.2	Zustandstomographie	50
3.6	Zusammenfassung	53
4	Zusammenfassung	55
A	Rechnungen zum Interferometer und zur Remote-State Präparation	57
A.1	Transformationsmatrizen	57
A.2	Berechnung der präparierten Zustände	58
B	Rechnungen zur Kontrolle der Phase im Interferometer	63
C	Eigenschaften des Rubidium 87	65

Erklärung

Hiermit versichere ich, die vorliegende Arbeit allein und selbständig und lediglich unter Zuhilfenahme der genannten Hilfsmittel und Quellen angefertigt zu haben.

Stefan Berner

Einleitung

Die Quantenmechanik gehört zu den erfolgreichsten Theorien der modernen Physik und erlaubt z.B. die Beschreibung des Aufbaus der Atome bis ins kleinste Detail [1; 2]. Besonders auf dem Gebiet der Quanteninformationstheorie [3; 5], macht die Quantentheorie sehr vielversprechende Voraussagen. So lassen sich quantenmechanische Effekte ausnutzen, um z.B. abhörsichere Kommunikation, die sogenannte Quantenkryptographie [6], zu realisieren. Besonders interessant für zukünftige Anwendungen ist das Konzept des Quantencomputers, der gegenüber herkömmlicher Computern eine exponentielle Beschleunigung bestimmter Algorithmen ermöglicht [3].

Die wesentliche Voraussetzung für viele quantenmechanische Anwendungen wie z.B. Quantencomputer ist die Realisierung eines Quantenspeichers [7; 8], der in der Lage ist, quantenmechanische Zustände zu speichern und zu einem späteren Zeitpunkt wieder auszulesen. Als quantenmechanischer Informationsträger bieten sich dafür neutrale Atome oder Ionen an, da sie sich in Atom- [9] bzw. Ionenfallen [10; 11] über lange Zeiträume fangen lassen und sie nur wenig an die Umgebung koppeln, wodurch lange Kohärenzzeiten möglich sind.

Es ist wünschenswert, die, in der klassischen Informationsverarbeitung selbstverständlich gewordenen Netzwerke, auch für die Quantencomputer zu realisieren. Zur Realisierung von Quantennetzwerken ist die zuverlässige Verteilung von Quantenzuständen die wesentliche Voraussetzung. Die Verschränkung von Quanteninformation ist auf klassische Weise nicht möglich, da die Messung von Quantenzuständen nicht die volle Information über den Zustand liefert. Einen Ausweg aus diesem Problem liefert das Quantenteleportationsprotokoll, das es erlaubt einen unbekanntem Quantenzustand vollständig ohne den quantenmechanischen Informationsträger selbst zu transportieren, zu übertragen.

Zum Informationsaustausch in Quantennetzwerken, sind Photonen besonders geeignet, da sie sich durch Glasfaser bzw. Luft über große Entfernungen transportieren lassen. Man besitzt nun zwei unterscheidliche Systeme um Quanteninformation zu verarbeiten: die auf Atomen basierendem Speicher und die mit Photonen arbeitenden Kommunikationskanäle. Diese Lücke zwischen den Systemen kann man mit einem Transfer von Quanteninformation von einem Photon auf ein atomares Qubit schließen und somit einen wichtigen Schritt in Richtung zur Realisierung eines Quantennetzwerks vollziehen. In der vorliegenden Arbeit möchte ich die experimentelle Realisierung dieses Transfers von Quanteninformation von einem Photon auf ein atomares Qubit vorstellen, mit der es möglich ist, beliebige Quantenzustände eines einzelnen Photons auf ein atomares Qubit zu transferieren. Diese sogenannte Remote-State Präparation [12]

entspricht formal der Quantenteleportation, wobei in unserem Experiment der zu teleportierende Zustand in einem zusätzlichen Freiheitsgrad des Photons kodiert wird. Ausgangszustand für die Remote-State Präparation ist ein verschränkter Atom-Photon Zustand [9], der im spontanen Zerfall eines einzelnen, angeregten ^{87}Rb -Atoms erzeugt wird. Dabei ist die Polarisation des spontan emittierten Photons mit dem internen Zustand des Atoms verschränkt. Dem ausgesandten Photon wird der zu teleportierende Zustand aufgeprägt, indem man einen zusätzlichen Freiheitsgrad (räumliche Mode des Photons) einführt. Anschließend wird eine Bell-Zustandsanalyse des Photons in der 4-Dimensionalen (Polarisations/räumliche Moden) Hilbertraum durchgeführt. Je nach Ergebnis der Zustandsanalyse wird das Atoms auf vier mögliche Zustände projiziert, von denen einer dem Zustand des ursprünglichen Photons entspricht, und die anderen drei möglichen Zustände durch universelle 1-Qubits Operationen in diesen Zustand transferiert werden können. Zur Analyse der Fidelity wird eine vollständige Zustandstomographie durchgeführt.

Gliederung der Arbeit

Die vorliegende Arbeit besteht aus drei Kapiteln. Im ersten Kapitel stelle ich theoretischen Grundlagen und Begriffe vor, die im weiteren Verlauf der Arbeit benötigt werden. Insbesondere wird dabei die Rolle der Messung in der Quantenmechanik und der Teleportation beschrieben.

Im zweiten Kapitel werde ich die Erzeugung und den Nachweis von Atom-Photon Verschränkung vorstellen, die die Grundlage für die in dieser Arbeit beschriebene Remote-State Präparation eines einzelnen Atoms bilden. Dabei wird besonders auf die experimentellen Voraussetzungen der Atomfalle und der Analyse des atomaren Zustands eingegangen.

Im letzten Kapitel dieser Arbeit werde ich die experimentelle Realisierung des Remote-State Präparation Schemas vorstellen. Am Anfang werden die theoretischen Grundlagen besprochen und das zugrunde liegende Protokoll vorgestellt. Darauf aufbauend wird die experimentelle Realisierung durch die Aufprägung des zu teleportierenden Zustands auf das Photon mit Hilfe eines doppelten Mach-Zehnder Interferometers vorgestellt und auf mögliche Fehlerquellen eingegangen. Zum Schluss werden die Resultate der experimentell durchgeführten Remote-State Präparation vorgestellt und mit den theoretischen Resultaten verglichen.

1 Theorie

1.1 Grundlegendes zur Quantenmechanik

„*I think it is safe to say that no one understands quantum mechanics*“ (R.P. Feynman).

Mit diesem Zitat kann man meiner Meinung nach das Gefühl beschreiben, wenn man das erste Mal mit der Quantenmechanik in Berührung kommt. Die Quantenmechanik macht Aussagen, die sich nicht mit der alltäglichen Erfahrung decken. Warum schreibt man den Teilchen anstatt eines Orts nur noch eine räumliche Wahrscheinlichkeitsdichte zu? Warum sollten Teilchen die beiden Schlitze des Doppelspaltexperimentes gleichzeitig passieren?

Ich möchte in diesem Kapitel kurz auf die Grundlagen der Quantenmechanik eingehen. Dazu werde ich das Konzept der quantenmechanischen Zustände am Beispiel der Spin-1/2 Systeme, dem Dichtematrixformalismus, der Rolle der Messung in der Quantenmechanik und Verschränkung erläutern. Darauf aufbauend, werde ich Teleportation und die Remote-State Präparation einführen. Mit der Teleportation bzw. der Remote-State Präparation ist es möglich, Quantenzustände zu übertragen, ohne das physikalische System selbst zu transportieren.

1.1.1 Beschreibung von quantenmechanischen Zuständen

Die Quantenmechanik unterscheidet sich in vielen Punkten von der klassischen Physik. In der klassischen Physik werden physikalische Größen wie z.B. der Ort und der Impuls als exakt definierte Eigenschaften von Teilchen angesehen. Im Gegensatz dazu wird dem Teilchen in der Quantenmechanik eine Wellenfunktion zugeordnet, die die Wahrscheinlichkeitsdichte im Raum beschreibt. Mathematisch kann man dies in so genannten Zuständen ausdrücken, die man als Vektor eines Hilbertraums \mathcal{H} auffassen kann. Eine besondere Stellung in der Quantenmechanik nehmen die Zwei-Niveau Systeme ein, da sich hiermit physikalisch wichtige Systeme wie beispielsweise Spin-1/2-Teilchen und polarisierte Photonen beschreiben lassen.

Eine Basis des Spin-1/2 Raums sind die Eigenvektoren jeweils eines der Pauli Opera-

Operator	Spin-Eigenzustand	Polarisationseigenzustand
σ_z	$ \uparrow\rangle_z, \downarrow\rangle_z$	$ H\rangle \pm i V\rangle = R, L\rangle$
σ_x	$ \uparrow\rangle_z \pm \downarrow\rangle_z$	$ H\rangle, V\rangle = H, V\rangle$
σ_y	$ \uparrow\rangle_z \pm i \downarrow\rangle_z$	$ H\rangle \pm V\rangle = P, M\rangle$

Tabelle 1.1: Zusammenstellung der Eigenvektoren der unterschiedlichen Pauli Matrizen. Diese bilden drei vollwertige komplementäre Basen der Zwei-Niveau Systeme

toren. Diese sind in der folgenden Weise definiert:

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

$$\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

$$\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

Die Eigenvektoren ergeben sich:

$$\sigma_i |\uparrow\rangle_i = |\uparrow\rangle_i \vee \sigma_i |\downarrow\rangle_i = -|\downarrow\rangle_i \quad (1.4)$$

Polarisationszustände von Photonen lassen sich in einer analoger Weise beschreiben, nur dass man in diesem System die Eigenvektoren $|H\rangle$ und $|V\rangle$ nennt, wobei $|H\rangle$ die lineare Polarisation in horizontaler und $|V\rangle$ in vertikaler Richtung beschreibt. Es ist üblich, für Zwei-Niveau Systeme ähnlich zur Polarisation von einer linearen ($|H, V\rangle$) und 45° Basis ($|P, M\rangle$) und einer zirkularen ($|R, L\rangle$) Basis zu sprechen. Die Zusammenhänge mit den oben definierten Basen sind in Tabelle 1.1 dargestellt.

Die Zustände eines Zwei-Niveau Systems lassen sich mathematisch auf die folgende Weise schreiben

$$|\Psi\rangle = \alpha |\uparrow\rangle + \beta |\downarrow\rangle, \quad (1.5)$$

wobei $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$ als Wahrscheinlichkeitsamplituden bezeichnet werden.

Dieser Ausdruck lässt sich unter Berücksichtigung der Normierungsbedingung ($|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$) auch schreiben als:

$$|\Psi\rangle = \cos \frac{\vartheta}{2} |\downarrow\rangle + e^{-i\phi} \sin \frac{\vartheta}{2} |\uparrow\rangle, \quad (1.6)$$

wobei man die Phase ϕ in einer Messung nicht bestimmen kann.

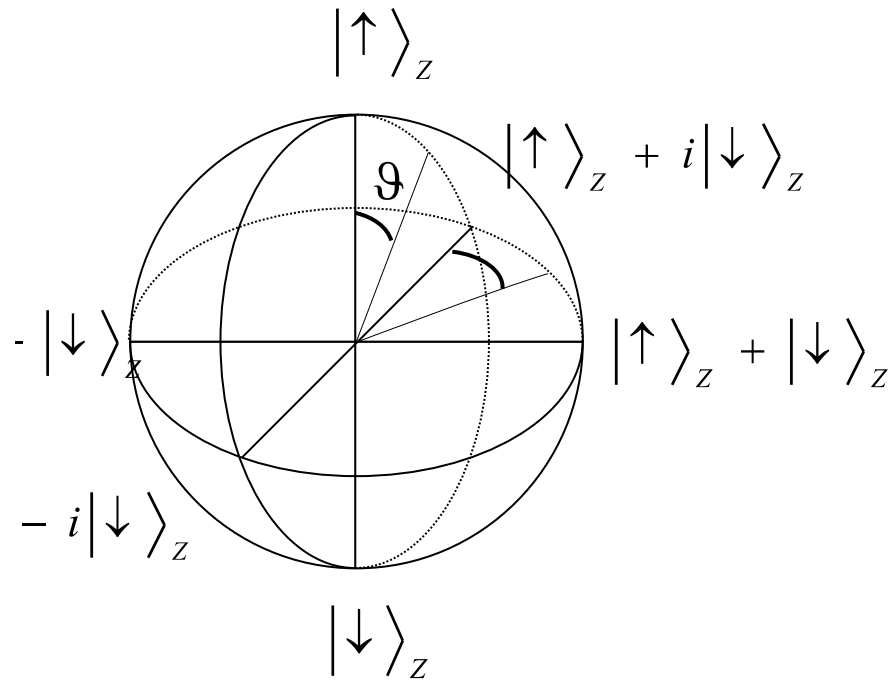


Abbildung 1.1: Bloch Kugel: Dargestellt ist die Blochkugel mit den jeweiligen Winkeln, wie sie sich aus Formel 1.6 auf der vorherigen Seite ergeben. Die Blochkugel stellt eine anschauliche graphische Darstellung von Zwei-Niveau Systemen insbesondere Qubits dar.

Aufgrund der Bedeutung für die Quanteninformationstheorie, werden Zustände wie sie in Gleichung 1.5 oder 1.6 auf der vorherigen Seite beschrieben sind, als Qubits bezeichnet. Hierbei soll die Analogie zu der Informationseinheit Bit in der klassischen Informationstheorie zum Ausdruck kommen. Eine anschauliche graphische Darstellung ist durch die Blochkugel gegeben (siehe Abbildung 1.1). Eine recht häufig benötigte Größe ist der Überlapp zweier Zustände. Durch den Überlapp kann man z.B. die Ähnlichkeit zweier Zustände beurteilen. Der Überlapp ist wie folgt definiert:

$$F(|\Psi\rangle, |\Phi\rangle) = |\langle\Phi|\Psi\rangle|^2 \quad (1.7)$$

1.1.2 Dichtematrixformalismus

Mit dem in Abschnitt 1.1.1 auf Seite 1 vorgestellten Formalismus lassen sich nur reine Zustände darstellen. Eine Erweiterung der oben vorgestellten Darstellung sind die

Dichtematrizen, mit denen es möglich ist sowohl reine als auch gemischte Zustände darzustellen.

Reine und gemischte Zustände unterscheiden sich in der Art in der sich die einzelnen Teilzustände des Systems überlagern. Reine Zustände setzen sich aus einer kohärenten Überlagerung von Teilzuständen eines Systems zusammen, wobei die gesamte Information des Systems bekannt ist. Im Gegensatz dazu sind gemischte Zustände aus einer inkohärenten statistischen Überlagerung zusammengesetzt und es liegt nur eine unvollständige Information über das System vor, das heißt, dass man beispielsweise nur die Produktionswahrscheinlichkeiten der Teilzustände kennt, aber keinerlei Phasenbeziehung.

Für den allgemeinen Fall eines statistischen Gemischs ohne Kohärenz lässt sich eine Matrix ρ , die so genannte Dichtematrix folgendermaßen definieren:

$$\rho = \sum_n p_n |\Psi_n\rangle \langle \Psi_n| \quad (1.8)$$

wobei p_n ist die statistisch Häufigkeit des Eigenzustandes $|\Psi_n\rangle$ ist. Die gesamte Information, die man über den Zustand erlangen kann, ist in der Dichtematrix enthalten, die damit eine allgemeine universelle Darstellungsweise beliebiger Quantensysteme ist. Daher kommt dem Dichtematrixformalismus in der Charakterisierung von experimentell erzeugten Zuständen eine besondere Wichtigkeit zu.

Für die Dichtematrix gilt:

$$\text{tr}(\rho) = 1, \rho^\dagger = \rho \quad (1.9)$$

Diese Forderungen garantieren, dass die Dichtematrix hermitsch ist, also einen physikalisch sinnvollen Zustand beschreibt. Für den Fall eines reinen Zustandes gilt außerdem noch:

$$\rho^2 = \rho \quad (1.10)$$

Die Formel 1.7 auf der vorherigen Seite, die den Überlapp zweier reiner Zustände beschreibt, bedarf in Falle von gemischten Zuständen einer Erweiterung. Möchte man den Überlapp von zwei Zuständen, die durch die Dichtematrizen ρ und ϕ gegeben sind, bestimmen, so erhält man folgenden Ausdruck für den Überlapp [3]:

$$F(\rho, \sigma) := \text{tr}(\rho^{1/2} \phi \rho^{1/2}) \quad (1.11)$$

1.2 Rekonstruktion der Dichtematrix aus experimentellen Daten

Die Dichtematrizen sind ein äußerst hilfreiche Darstellung um experimentell erzeugte Zustände näher zu untersuchen. In diesem Zusammenhang stellt sich die Frage, durch wieviel reelle Parameter eine Dichtematrix bestimmt ist. Eine allgemeine $n \times n$ -Matrix besitzt n^2 reelle Parameter. Die Bedingung, dass die Dichtematrix hermitsch sein muss, schränkt die Anzahl der freien Parameter auf n^2 , die Normierungsbedingung reduziert nochmals die Anzahl der freien Parameter auf $n^2 - 1$ ein.

Für die Spin-1/2 In unserem Fall bilden Matrizen der Art

$$\sigma_{i_1, \hat{i}_2, \dots, i_n} = \hat{\sigma}_{i_1} \otimes \hat{\sigma}_{i_2} \otimes \dots \otimes \hat{\sigma}_{i_n} \quad (1.12)$$

mit $\hat{\sigma}_i = \{\mathbb{I}, \hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z\}$ ein orthogonales Basissystem [4]. In dieser Basis lässt sich die Dichtematrix ρ in der folgenden Form schreiben:

$$\rho = \sum_{i_1, \hat{i}_2, \dots, i_n}^4 Tr(\rho \hat{\sigma}_{i_1}) \hat{\sigma}_{i_2} \dots \hat{\sigma}_{i_n} = \sum_{i_1, \hat{i}_2, \dots, i_n}^4 \langle \hat{\sigma}_{i_1} \otimes \hat{\sigma}_{i_2} \otimes \dots \otimes \hat{\sigma}_{i_n} \rangle \sigma_{i_1, \hat{i}_2, i_n} \quad (1.13)$$

$\langle \sigma_{i_1} \otimes \sigma_{i_2} \otimes \dots \otimes \sigma_{i_n} \rangle$ ist der Erwartungswert der Messung mit dem Operator $\sigma_{i_1} \otimes \sigma_{i_2} \otimes \dots \otimes \sigma_{i_n}$.

Diese Darstellung der Dichtematrix wird uns bei der Rekonstruktion der Dichtematrix aus den experimentellen Daten noch hilfreich sein.

1.2.1 Die Rolle der Messung in der Quantenmechanik

Die Messung in der Quantenmechanik nimmt eine grundlegend andere Stellung ein als in der klassischen Physik. In der klassischen Physik kann man alle Größen im Prinzip gleichzeitig und mit beliebiger Genauigkeit messen. In der Quantenmechanik gibt es so genannte komplementäre Größen, die nicht gleichzeitig gemessen werden können. So lassen sich z.B. der Ort und der Impuls eines Teilchens nicht gleichzeitig mit beliebiger Genauigkeit messen. Je genauer man die Position misst, desto ungenauer lässt sich der Impuls bestimmen.

Messungen werden in der Quantenmechanik durch Operatoren ausgedrückt. Sei eine Messung gegeben durch den Operator \hat{A} , so sind die möglichen Messwerte gegeben durch die Menge der Eigenwerte $\{a_i\}$, die sich aus der Eigenwertgleichung

$$\hat{A}|a_i\rangle = a_i|a_i\rangle \quad (1.14)$$

berechnen lassen. Die den Eigenwerten a_i zugeordneten Vektoren $|a_i\rangle$ bezeichnet man als Eigenvektoren des Operators. Jeder Zustand $|\Psi\rangle$ lässt sich als Superposition aus

Eigenvektoren $|a_i\rangle$ schreiben:

$$|\psi\rangle = \sum_n c_n |a_n\rangle \quad (1.15)$$

Die Wahrscheinlichkeit P_i bei einer Messung der Observablen \hat{A} den Eigenwert a_i als Messergebnis zu erhalten, ergibt sich aus dem Überlapp des Eigenvektors $|a_i\rangle$ mit der Wellenfunktion des zu messenden Zustands:

$$P_i = |\langle a_i | \Psi \rangle|^2 = |c_i|^2 \quad (1.16)$$

Die Besonderheit in der Quantenmechanik besteht darin, dass der Einfluss der Messung auf den Zustand, den man vermisst, nicht vernachlässigbar ist. Das gemessene System befindet sich nach der Messung, mit dem Ergebnis a_i , in dem zugehörigen Eigenzustand $|a_i\rangle$. Die Messung wirkt also als Projektor und projiziert den Zustand des gemessenen System auf den zum Messwert zugehörigen Eigenzustand. Man kann die Messung also durch die Projektoren $\hat{\pi}_i = \{|a_i\rangle\langle a_i|\}$ auf die Eigenvektoren von \hat{A} darstellen.

Durch eine projektive Messung ist es nicht möglich, den gesamten Informationsgehalt eines Zustandes zu erhalten. Führt man eine projektive Messung an einem System durch, so erhält mit der Wahrscheinlichkeit P_i den zugehörigen Eigenwert.

Die Streuung der Messwerte um den Erwartungswert ist durch die Standardabweichung

$$\Delta A = \sqrt{\langle (A - \langle A \rangle)^2 \rangle} \quad (1.17)$$

gegeben. Ich möchte hier nochmals kurz die Problematik der gleichzeitigen Messung von physikalischen Größen aufgreifen. Operatoren, die untereinander vertauschen (es gilt $\hat{A} \cdot \hat{B} = \hat{B} \cdot \hat{A}$) lassen sich gleichzeitig mit beliebiger Genauigkeit messen. Vertauschen die Operatoren nicht, so macht die Heisenbergsche Unschärferelation eine Aussage über die Unsicherheit oder Streuung der Messung:

$$\Delta A \cdot \Delta B \geq \frac{1}{2} \langle \langle \Psi | A \cdot B - B \cdot A | \Psi \rangle \rangle =: \frac{1}{2} \langle \Psi | [A, B] | \Psi \rangle \quad (1.18)$$

Ein prominentes Beispiel für Messoperatoren wären die Pauli Spinmatrizen von Spin-1/2 Systemen.

1.2.2 Verschränkung

Seit der Einführung des Begriffs der Verschränkung im Jahre 1935 durch Schrödinger in seinem berühmten Paper „Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik“ [14] gehört die Verschränkung zu einen der am wenigsten anschaulichen Aussagen der Quantenmechanik. Trotzdem stellt die Verschränkung eine der grundlegendsten Voraussetzungen für die Quanteninformationstheorie dar.

Ein verschränkter Zustand ist definiert als ein Zustand, der sich nicht als Produktzustand seiner Einzelzustände darstellen lässt:

$$|\Psi\rangle \neq |\Psi_1\rangle \otimes |\Psi_2\rangle \otimes \dots \otimes |\Psi_n\rangle \quad (1.19)$$

Die Besonderheit der verschränkten Zustände besteht in den Korrelationen zwischen Messresultaten der Teilchens, im folgenden möchte ich jedoch ein System aus zwei verschränkten Teilchen betrachten. Führt man eine Messung an einem der Teilchen durch, so steht der Zustand des zweiten Teilchen in Abhängigkeit von dem ersten Messergebnis fest. Im Gegensatz dazu zeigt ein statistisches Gemisch in maximal einer Basis volle Korrelationen, die man von einem verschränkten Zustand in allen Basen erwarten würde.

Diese Korrelationen zwischen den Messungen an den Teilchen führt dazu, dass die Verschränkung zu einem der am wenigsten anschaulichen Aussagen der Quantenmechanik gehört. In der Tat ergeben sich durch die Verschränkung Fragen wie, z.B., ob Lokalität in der Quantenmechanik gültig ist. Warum sollte die Messung an einem Teilchen den Zustand des anderen Teilchens festlegen, auch wenn diese sich außerhalb ihres gegenseitigen Wechselwirkungsbereichs befinden. In diesem Zusammenhang entstand auch der Vorschlag, wie man eine neue Theorie konstruieren könnte, die lokalen verborgenen Variablen enthält. Diese Theorie besagt, dass es noch Variablen gibt, die unserer Beobachtung entzogen sind. Sehr wichtige Zustände in der Quanteninformationstheorie sind die Bell Zustände:

$$|\Psi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle), \quad |\Psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle) \quad (1.20)$$

$$|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\uparrow\rangle + |\downarrow\downarrow\rangle), \quad |\Phi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\uparrow\rangle - |\downarrow\downarrow\rangle) \quad (1.21)$$

$$(1.22)$$

Diese vier Zustände bilden eine vollständige Orthonormalbasis zweier Spin-1/2-Systeme. Dies ist sofort einsichtig, da die Bell Zustände paarweise untereinander senkrecht aufeinander stehen.

1.3 Teleportation

1.3.1 Einleitung

Teleportation ist ein Schema zur Übertragung von unbekanntem Quantenzuständen. Möchte man nur den unbekanntem Zustand eines Teilchens transferieren, ohne das Teilchen selbst zu transportieren, so könnte man in der klassischen Physik die gesamte Information dieses Zustands durch eine geeignete Messung bestimmen und diese auf ein anderes Teilchen transferieren. Führt man jedoch in der Quantentheorie eine projektive Messung an einem Teilchen durch, so ist es nicht möglich die gesamte Information des Zustandes durch eine Messung zu erhalten, da man mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit einen der Eigenwerte der Observablen erhält. Macht man sich jedoch die Korrelationen eines zusätzlichen verschränkten Zustands zunutze, so ist es möglich, eine Messung in einer verschränkten Basis an einer Hälfte des verschränkten Zustands und dem unbekanntem Zustand durchzuführen und somit einen Quantenzustand zu übertragen, ohne ihn dabei direkt messen zu müssen. Der Prozess, der auch als Teleportation bezeichnet wird, ist in [16] beschrieben.

1.3.2 Vorstellung des Protokolls

Das allgemeine Schema der Teleportation ist in Abbildung 1.2 dargestellt. Die Ausgangssituation ist folgende: Alice besitzt ein Teilchen in einem unbekanntem Zustand $\Psi_1 = \alpha|\uparrow\rangle_1 + \beta|\downarrow\rangle_1$ und möchte diesen zu Bob übertragen. Hierfür muss folgendes Protokoll realisiert werden:

- Bob und Alice teilen sich einen verschränkten Zustand der Art $|\Psi\rangle = |\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle$
- Alice führt eine vollständige Bell-Messung an dem unbekanntem Teilchen und ihrer Hälfte des verschränkten Paares durch, diese Messung projiziert Bob's Teilchen auf einen von vier Zuständen
- Alice teilt Bob das Ergebnis der Bell-Messung mittels eines klassischen Kanals mit (2 Bit Information = 4 mögliche Ergebnisse)
- Bob führt die entsprechende von 4 lokalen unitären Transformationen durch, um den unbekanntem Zustand von Alice zu rekonstruieren

Wenden wir uns nun der genaueren mathematischen Betrachtung des Problems zu. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit nehmen wir an, dass sich das verschränkte Paar im Bell Zustand $|\Psi^-\rangle$ befindet. Für den Gesamtzustand gilt:

$$|\Psi_{ges}\rangle = |\Psi\rangle_1 \otimes |\Psi\rangle_{23} = (\alpha|\uparrow\rangle_1 + \beta|\downarrow\rangle_1) \otimes \left(\frac{1}{\sqrt{2}}[|\uparrow\downarrow\rangle_{23} - |\downarrow\uparrow\rangle_{23}]\right) \quad (1.23)$$

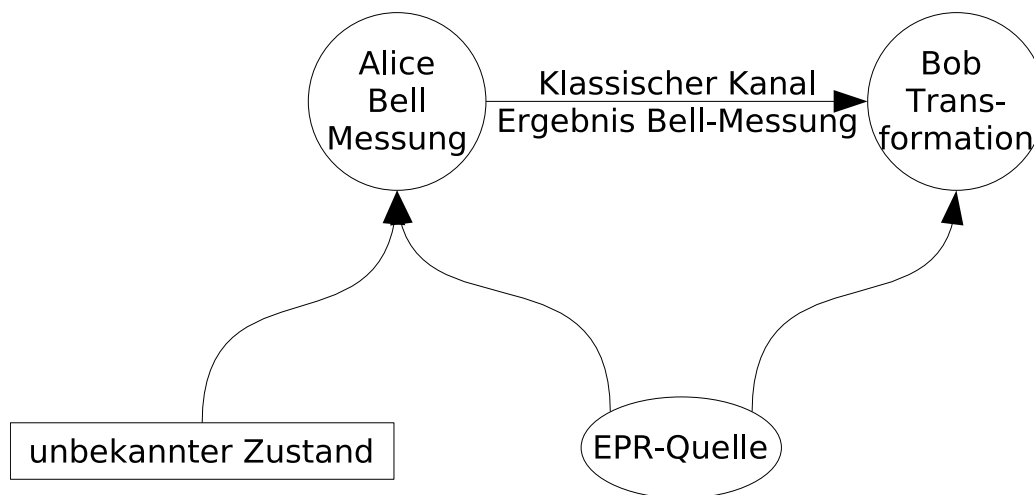


Abbildung 1.2: Allgemeines Schema zur Teleportation. Alice und Bob teilen sich einen verschränkten Zustand. Alice ist zusätzlich in Besitz eines unbekanntem Zustands, der teleportiert werden soll. Alice führt nun eine vollständige Bell-Messung an ihrem System, bestehend aus den unbekanntem Teilchen und ihrer Hälfte des verschränkten Paares, durch und teilt Bob das Ergebnis der Messung mit. Bob kann nun eine von vier vorher festgelegten Transformationen durchführen, um sein Teilchen in den Zustand des unbekanntem Teilchens zu bringen

Messergebnis Alice	Zustand Bobs Teilchen	Transformation v. Bob
$ \Phi^+\rangle$	$\alpha \uparrow\rangle - \beta \downarrow\rangle$	$\hat{\sigma}_y$
$ \Phi^-\rangle$	$\alpha \uparrow\rangle + \beta \downarrow\rangle$	$\hat{\sigma}_x$
$ \Psi^+\rangle$	$-\alpha \downarrow\rangle + \beta \uparrow\rangle$	$\hat{\sigma}_z$
$ \Psi^-\rangle$	$-\alpha \downarrow\rangle - \beta \uparrow\rangle$	$\hat{\mathbb{I}}$

Tabelle 1.2: Zusammenstellung der notwendigen Transformationen und der Zustände von Bobs Teilchen in Abhängigkeit von den Ergebnis von Alices Bell-Messung.

Mit Hilfe der Bell-Zustände (siehe Gl. 1.22 auf Seite 7) kann man den Gesamtzustand wie folgt darstellen:

$$\begin{aligned}
 |\Psi_{ges}\rangle &= |\Psi\rangle_1 \otimes |\Psi\rangle_{23} \\
 &= (\alpha|\uparrow\rangle_1 + \beta|\downarrow\rangle_1) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle_2|\downarrow\rangle_3 - |\downarrow\rangle_2|\uparrow\rangle_3) \\
 &= \frac{1}{2}(\alpha[|\Phi^+\rangle + |\Phi^-\rangle]_{12}|\uparrow\rangle_3 - \alpha[|\Psi^+\rangle + |\Psi^-\rangle]_{12}|\downarrow\rangle_3 \\
 &\quad + \beta[|\Psi^+\rangle - |\Psi^-\rangle]_{12}|\uparrow\rangle_3 - \beta[|\Phi^+\rangle - |\Phi^-\rangle]_{12}|\downarrow\rangle_3) \\
 &= \frac{1}{2}((|\Phi^+\rangle_{12}[\alpha|\uparrow\rangle - \beta|\downarrow\rangle]_3 + |\Phi^-\rangle_{12}[\alpha|\uparrow\rangle + \beta|\downarrow\rangle]_3 \\
 &\quad + |\Psi^+\rangle_{12}[-\alpha|\downarrow\rangle + \beta|\uparrow\rangle]_3 + |\Psi^-\rangle_{12}[-\alpha|\downarrow\rangle - \beta|\uparrow\rangle]_3)
 \end{aligned}$$

Führt Alice nun eine Bell Messung an dem ersten und zweiten Teilchen durch, so projiziert sie das Paar auf einen der Bell-Zustände. Nachdem Alice ihm das Ergebnis der Messung mitgeteilt hat, weiß Bob in welchem Zustand sich sein Teilchen befindet und muss nun eine von vier Transformationen an dem dritten Teilchen vornehmen. Misst Alice beispielsweise, dass sich das erste und zweite Teilchen im Bell-Zustand $|\Phi^+\rangle$ befinden, so ist das dritte Teilchen im Zustand $\alpha|\uparrow\rangle - \beta|\downarrow\rangle$. Alle anderen Messergebnisse und die notwendigen Transformationen, die unabhängig von dem zu teleportierenden Zustand sind, entnimmt man Tabelle 1.2.

Eine Frage, die sich hier einem sofort stellt ist, ob man jetzt im Besitz von zwei identischen Kopien des unbekanntes Zustandes ist und man damit das No-Cloning-Theorem verletzt hat [17], das besagt, dass sich Quantenzustände nicht kopieren lassen? Das No-Cloning-Theorem behält hier seine Gültigkeit, da in dem Moment, in dem Alice die Bell-Messung durchführt, der Zustand des Systems auf den zum Messergebnis der Bell Zustandsanalyse zugehörigen Eigenzustand projiziert wird, und die gesamte ursprüngliche Information des Zustandes verloren ist.

Eine weitere interessante Fragestellung ist, ob Teleportation mit der Relativitätstheorie

verträglich ist? Man könnte meinen, dass sich die Information, die in dem ursprünglichen Zustand enthalten ist, sich mit Überlichtgeschwindigkeit ausbreitet. In der Tat steht der Zustand von Bob Teilchen instantan mit der Messung fest. Bob besitzt aber dennoch keinerlei Information über den Zustand des dritten Teilchen. Würde Bob eine Messung durchführen, so würde er mit gleicher Wahrscheinlichkeit einen der vier möglichen Zustände messen. Erst nachdem Bob das Messergebnis von Alice mitgeteilt bekommen hat, besitzt er Informationen über den Zustand seines Teilchens. Diese Übertragung der Information findet über einen klassischen Kanal statt und somit unterhalb der Lichtgeschwindigkeit.

Die Teleportation ist schon mit Photonen [29]realisiert worden, mit Ionen [10; 11] und mit starken Lichtpulsen [13].

1.3.3 Remote-State-Präparation

Ein zur Teleportation sehr ähnliches Protokoll ist die Remote-State-Präparation. Im Unterschied zur Teleportation wird hierbei der zu teleportierende Zustand als „virtuelles“ Teilchen auf Alices Hälfte des verschränkten Zustandes aufgeprägt. Dazu wird der Zustandsraum dieses Teilchens erweitert. Diese Erweiterung kann z.B. der Orts- und Impulsraum, aber auch der Polarisationsraum des Teilchens sein. Prägt man zusätzlich auf diesen Freiheitsgrad den zu transferierenden Zustand auf, und führt eine Bell-Messung zwischen den beiden Freiheitsgraden durch, so kann man den aufgeprägten Zustand zu Bob transferieren.

Die schematische Skizze dieses Protokolls befindet sich in Abbildung 1.3 auf der nächsten Seite. Man erkennt die Gemeinsamkeiten zur Teleportation. Für beide Schemata benötigt man eine Quelle verschränkter Teilchen. Ein wichtiger Unterschied besteht darin, dass der zu teleportierende Zustand im Teleportationsprotokoll unbekannt ist, während er bei der Remote-State-Präparation ein bekannter Zustand aufgeprägt wird. Im Anschluss daran führt Alice eine vollständige Bell-Messung an ihrem System durch. Abschließend teilt sie Bob das Ergebnis ihrer Messung mit und Bob ist in der Lage eine von vier Transformationen durchzuführen, um den von Alice aufgeprägten Zustand herzustellen. Wie auch bei der Teleportation wird bei der Remote-State-Präparation nur 2-Bit an klassischer Information benötigt, um den Zustand zu übertragen.

1.3.4 Zusammenfassung

Mit der Teleportation ist ein Protokoll vorgestellt worden, mit dessen Hilfe man unbekannte Zustände von einem Teilchen auf ein anderes Teilchen übertragen kann. Die direkte Übertragung des Zustandes durch Messung an einem Teilchen und anschließende Präparation ist aufgrund der Besonderheiten der quantenmechanischen Messung nicht möglich.

Im Unterschied zur Teleportation wird bei der Remote-State Präparation der zu präparierende Zustand auf Alices Teilchen, das mit dem Teilchen von Bob einen verschränk-

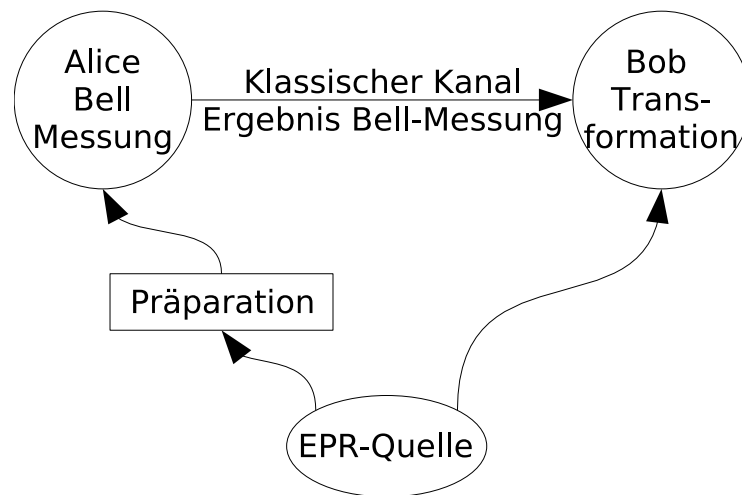


Abbildung 1.3: Darstellung des Schemas zur Remote-State Präparation. Bob und Alice teilen sich einen verschränkten Zustand. Alice möchte einen Zustand auf Bob Teilchen präparieren. Dazu prägt sie auf einem zusätzlichen Freiheitsgrad ihrer Hälfte des verschränkten Zustand den zu präparierenden Zustand auf. Anschließend führt sie eine Bell-Messung an ihrem Teilchen durch, wodurch Bobs Teilchen auf einen der vier Bell-Zustände projiziert wird. Teilt Alice Bob das Ergebnis der Bell-Messung mit, so ist Bob in der Lage, eine von vier universellen lokalen Transformationen durchzuführen, um den von Alice gewünschten Zustand zu rekonstruieren.

ten Zustand bildet, mit Hilfe eines zusätzlichen Freiheitsgrades aufgeprägt. Alice führt eine Bell-Messung zwischen den Freiheitsgraden ihres Teilchens durch, wodurch das Teilchen von Bob auf einen der vier Bell-Zustände projiziert wird. So ist es möglich, unter Zuhilfenahme eines verschränkten Paares und zwei Bit klassischer Kommunikation zwischen Alice und Bob, beliebige quantenmechanische Zustände auf Bob's Seite zu präparieren.

2 Atom-Photon Verschränkung

2.1 Einleitung

In dieser Arbeit soll das in [12] beschriebene Remote-State Präparationsprotokoll an einem polarisationverschränkten Atom-Photon System realisiert werden. Dies erlaubt es, durch Manipulation und Messung am Photon, beliebige quantenmechanische Zustände an einem entfernten Atom zu präparieren. In diesem Kapitel werden die dafür wichtigen experimentellen Elemente vorgestellt, wie z.B. eine Einzelatomfalle und Verfahren zur Messung des Zustands am Atom des Rubidium 87. Abschließen werde ich dieses Kapitel mit einer Vorstellung und Diskussion der Resultate.

2.2 Erzeugung der Atom-Photon Verschränkung

Um die Verschränkung zwischen einem einzelnen Atom und einem Photon zu erzeugen, benutzen wir den Zerfall des angeregten Hyperfeinzustands $5^2P_{3/2}$, $F = 1$, $m_F = 0$ in den Hyperfeingrundzustand $5^2S_{1/2}$, $F = 1$ mit den Zeeman Zuständen $m_F = -1, 0, 1$ des Rubidium 87 (siehe Abbildung 2.1 auf der nächsten Seite) Näheres zum Rubidium 87 ist Abschnitt C auf Seite 65 zu entnehmen. Bei diesem Zerfall kann das Atom mit gleicher Wahrscheinlichkeit in die Zeeman Unterzustände $|1, -1\rangle$, $|1, 0\rangle$ und $|1, 1\rangle$ zerfallen, wobei aufgrund der Drehimpulserhaltung ein σ^+ , π bzw. σ^- polarisiertes Photon emittiert wird. Dabei ist bei π -polarisiertem Licht die Schwingungsrichtung des elektrischen Feldes entlang der Quantisierungsachse und σ^+ bzw. σ^- entspricht rechts bzw linkszirkularer Polarisation. Daraus ergibt sich nach dem spontanen Zerfall folgender Atom-Photon Zustand:

$$|\Psi(\theta)\rangle_{AP} = \sqrt{\frac{1}{16\pi}}(1 + \cos^2 \theta)(|1, -1\rangle_A |\sigma^+\rangle_P + |1, +1\rangle_A |\sigma^+\rangle_P) \quad (2.1) \\ + \sqrt{\frac{1}{8\pi}} \sin^2 \theta |1, 0\rangle_A |\pi\rangle_P$$

wobei θ den Winkel zur Quantisierungsachse darstellt. Dieser Zustand ist über den gesamten Raum betrachtet normiert [37]. Betrachtet man das System nur entlang der

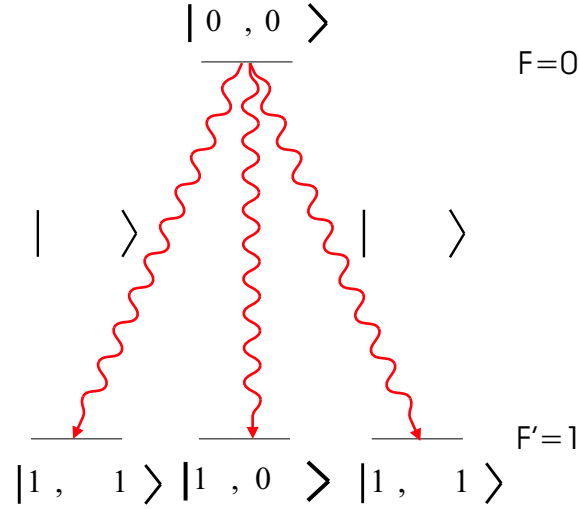


Abbildung 2.1: Schema zur Erzeugung von einem verschränkten Atom-Photon Paar. Je nach Δm_F ist das emittierte Photon σ polarisiert ($\Delta m_F = \pm 1$) oder π polarisiert ($\Delta m_F = 0$). Die Quantisierungsachse ist durch die Beobachtungsrichtung gegeben und verläuft entlang dieser.

Quantisierungsachse ($\theta = 0$), so ergibt sich:

$$|\Psi\rangle_{AP} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1, -1\rangle_1 |\sigma^+\rangle_P + |1, 1\rangle_A |\sigma^-\rangle_P) \quad (2.2)$$

Das bedeutet, dass wir effektiv nur die zwei Zerfallskanäle mit $m_F = \pm 1$ betrachten. Die Untenzustände $|1, \pm 1\rangle$ bilden somit ein Zweizustands System, welches in dem beschriebenen Prozess verschränkt wird mit der Polarisation des emittierten Photons.

2.3 Atomfalle

Um mit dem oben beschriebenen System die Atom-Photon Verschränkung zu erzeugen, sind folgende Voraussetzungen zu erfüllen. Man muss in der Lage sein, ein einzelnes Atom zu fangen und isoliert von der Umgebung manipulieren zu können. Die Lebensdauer und die Kohärenzzeit in der Falle muss größer sein, als die Zeit, die zum Erzeugen und analysieren des Atom-Photon Zustands benötigt wird. Außerdem dürfen die atomaren Zustände durch die Falle nicht verändert werden, z.B. durch Streuung von Photonen oder durch Zeeman Aufspaltung, die durch Magnetfelder verursacht wird.

Aus diesem Grund haben wir uns für eine optische Dipolfalle zum Fangen einzelner Atome entschieden. Eine Dipolfalle besteht aus einem stark fokussierten Laserstrahl, der ein induziertes Dipolmoment im Atom erzeugt. Benutzt man einen weit rotverstimmen Laser, so ergibt sich durch die Wechselwirkung des induzierten Dipolmoments mit dem elektrischen Feld ein attraktives Potential und die Atome werden im Punkt der größten Intensität lokalisiert festgehalten.

Zur Erzeugung der Dipolfalle kommt ein Diodenlaser mit einer Wellenlänge $\lambda = 865\text{nm}$ und einer Leistung von ca. 175mW zum Einsatz. Der Dipolfallenlaser wird mit Hilfe eines akusto-optischen Modulators (im folgenden AOM genannt), auf ca. 40mW stabilisiert und in eine Einmoden-Glasfaser eingekoppelt. Nach der Einmoden-Glasfaser besitzt der Laserstrahl ein gaußförmiges Strahlprofil. Um einen gleichen „Light-Shift“ d.h. gleiche Fallentiefe für alle Niveaus zu erreichen, wird der STIRAP-Laser auf eine lineare Polarisierung eingestellt.

Die Zeit, welche das Atom in der Falle gehalten werden kann, ist limitiert durch Stöße mit dem Hintergrundgas. Deswegen muß sich die Falle im Ultra-Hoch-Vakuum befinden. In unserem Experiment befindet sich die Falle in einer Glaszelle, in der ein Druck von unter 10^{-10} mbar herrscht. Um das Rubidium 87 in die Vakuumzelle einzubringen, wird ein Rubidiumdispenser benutzt, der deutlich unterhalb seines Schwellenstroms betrieben wird.

Zum Fokussieren des Dipolfallelaser ist außerhalb der Zelle ein Mikroskopobjektiv aufgebaut. Dies gewährleistet im Gegensatz zu einem im Vakuum eingebauten Objektiv eine einfache Vakuumzelle und eine bessere Justagemöglichkeit. Die Strahltaile der Dipolfalle beträgt $w_0 = 3.5 \pm 0.2\mu\text{m}$, woraus sich eine Fallentiefe von ca. 1mK ergibt [18]. Bei einer Strahltaile von $4\mu\text{m}$ liegt die kritische Strahltaile, ab der man den sogenannten Blockadeeffekt beobachtet (näheres zum Blockadeeffekt im Verlaufe dieses Abschnitts).

Aufgrund der geringen Fallentiefe der Dipolfalle, benutzen wir eine magneto-optische Falle (kurz MOT vom englischen magneto optical trap) um die ^{87}Rb Atome vorzukühlen. Die magneto-optische Falle besteht aus sechs gegenläufigen Strahlen, die orthogonal zirkular polarisiert sind [19; 20]. Um einen geschlossenen Kühlzyklus zu erhalten, werden zwei Laser benötigt, ein Kühllaser, rotverstimmt zum Übergang $5^2S_{1/2}$ $F=2$ nach $5^2P_{3/2}$ $F'=3$, und ein Rückpumplaser von $5^2S_{1/2}$ $F=1$ nach $5^2P_{3/2}$ $F'=2$. Der Rückpumplaser wird benötigt, um Atome die durch nicht-resonante Anregung über das $F'=2$ Niveau in den $F=1$ Grundzustand zerfallen, wieder in den Kühlzyklus zurückzupumpen. Im Folgenden möchte ich beschreiben, wie die Atome in die Dipolfalle „umgeladen“ werden. Die MOT erzeugt eine hohe Dichte an kalten Atomen im Bereich der Dipolfalle. Wenn ein Atom in die „Potentialmulde“ der Dipolfalle gelangt, wird seine potentielle Energie in kinetische Energie umgewandelt. Durch ständige Laserkühlung wird dem Atom diese entzogen und geht in den vom Potential gebundenen Zustand über. Das gestreute Fluoreszenzlicht dient zum Nachweis des Atoms in der Falle.

Um die vom Atom emittierten Photonen aufzusammeln und zu analysieren, benut-

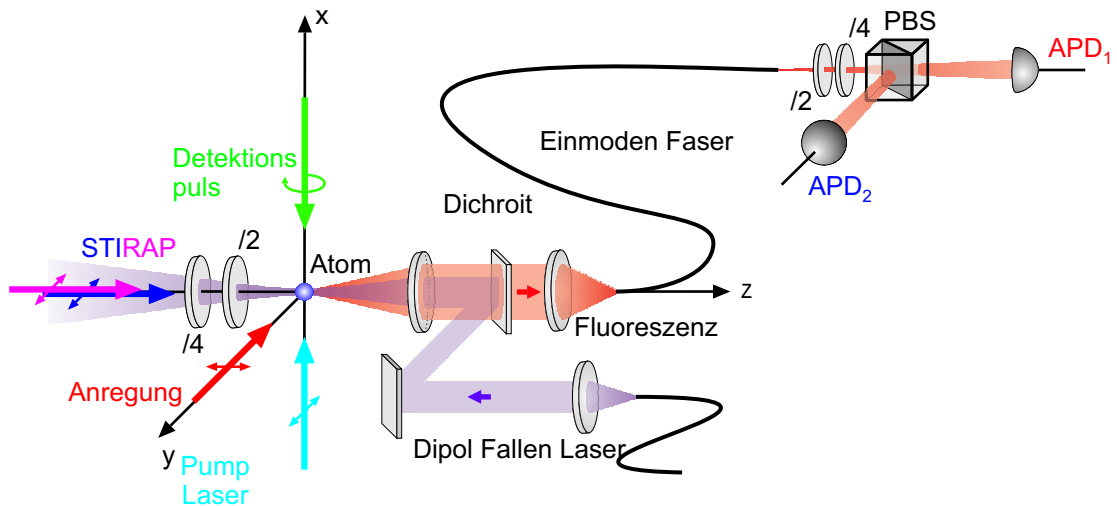


Abbildung 2.2: Zu erkennen ist eine Skizze des Aufbaues den zur Erzeugung und zum Nachweis der verschränkung notwendigen Lasern. Zur Erzeugung der Verschränkung benötigt man den Pum- und den Anregungslaser. Diese Laser präparieren den angeregten Zustand, der den Ausgangszustand für die Erzeugung der Verschränkung bildet. Das spontan emittierte Photon wird durch ein konfokales Mikroskop aufgesammelt, durch einen dichroitischen Spiegel von eventuell noch vorhanden STIRAP-Licht getrennt und mit einer Polarisationsanalyse untersucht. Zum Nachweis des atomaren zustand benötigt man die STIRAP-Laser und den Detektionslaser. Die Polarisations der STIRAP-Laser wird durch eine Kombination von $\lambda/2$ - und $\lambda/4$ -Plättchen festgelegt.

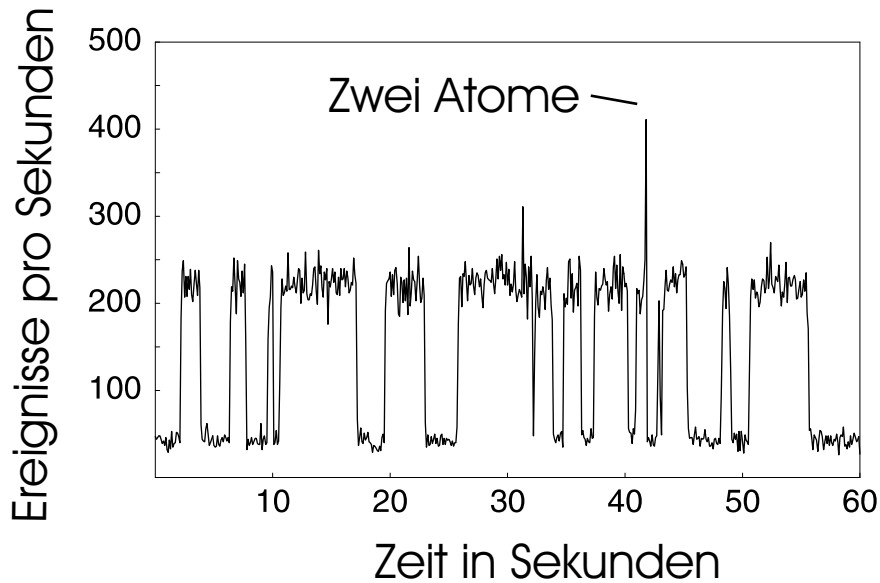


Abbildung 2.3: Fluoreszenz des in der Dipolfalle gefangenen Atoms bei eingeschaltetem Kühl und Rückpumplaser. Das Diagramm zeigt die Zahl der in einer Sekunde detektierten Photonen in Abhängigkeit von der Zeit. Diese Kurve zeigt einen stufenförmigen Verlauf, mit einem unteren Pegel und einem oberen Pegel. Der untere Pegel zeigt den Hintergrund, der durch Streuung der Kühl- und Rückpumpstrahlen an der MOT und die Dunkelzählrate der APDs verursacht ist.

zen wir dasselbe Objektiv ($NA=0,38$) in konfokaler Anordnung, mit dem auch die Dipolfalle fokussiert wird. Die Fluoreszenz wird durch einen dichroitischen Strahlteiler von dem Licht der Dipolfalle getrennt und in eine Einmoden-Faser eingekoppelt (siehe Abbildung 2.2 auf der vorherigen Seite). Die Faser leitet die Photonen zu den Detektoren. Als Detektoren kommen Silizium-Avalanche Photodioden (kurz: APD) zum Einsatz. Die APDs, die wir in unseren Experiment verwenden, sind speziell auf eine Dunkelzählrate unter 50 Ereignisse pro Sekunde selektiert. Da das Objektiv nur eine begrenzte numerische Apertur besitzt, wir nur ein Teil der emittierten Photonen aufgesammelt [21]. Die Aufsammeleffizienz für σ -Licht beträgt 0.94%, π -Licht wird aus Symmetriegründen nicht in die Einmoden-Faser eingekoppelt. Damit ergibt sich eine mittlere Einkoppeleffizienz von ca. 0.6%. Berücksichtigt man noch Reflexionsverluste an den verschiedenen Komponenten und die Effizienz der Einzelphotonendetektoren ergibt sich eine Wahrscheinlichkeit von 0,1% ein emittiertes Photon zu detektieren.

2.3.1 Beobachtung von einzelnen Atomen in der Dipolfalle

Betrachtet man die vom Objektiv aufgesammelte Fluoreszenz der Atome im Kühllicht so ergibt sich die in Abbildung 2.3 auf der vorherigen Seite dargestellte Bild. Diese Kurve zeigt einen stufenförmigen Verlauf, mit zwei Pegeln. Der untere Pegel zeigt den Hintergrund, der durch die Streuung von Photonen beispielsweise am Hintergrundgas und der Zelle und der Dunkelzählrate der APD's verursacht wird. Der höhere Pegel wird durch ein einzelnes Atom in der Falle verursacht. Der Pegel, den man bei zwei oder mehr Atomen in der Dipolfalle erwarten würde, fehlt jedoch. Stattdessen sieht man sehr selten kurze Maxima in der Fluoreszenzspur. Diese Maxima werden durch zwei Atome, die sich kurzzeitig in der Falle befinden verursacht, sind aber äußerst selten. Dasselbe Bild zeichnet sich bei der Betrachtung des Histogramms in Abbildung 2.4 auf der nächsten Seite ab. Es sind zwei Häufungen der Zählrate zu erkennen, eine bei niedrigen Zählraten und eine bei höheren Zählraten. Diese repräsentieren die Hintergrundzählrate der Detektoren und die Fluoreszenz eines Atoms, welches sich in der Dipolfalle befindet. Die Häufung, die man bei zwei Atomen erwarten würde fehlt jedoch. Um einen eindeutigen Beweis zu bekommen, dass das Niveau in Abbildung 2.3 auf der vorherigen Seite der Fluoreszenz eines einzelnen Atoms entspricht, wurde die Korrelationsfunktion zweiter Ordnung des Fluoreszenzlichts aufgenommen [36]. Dabei wurde ein klares Anzeichen für Photon-Antibunching beobachtet, was darauf hinweist, dass sich maximal ein Atom in der Falle aufhalten kann [22; 36].

Die Ursache für diese Einzelatomcharakteristik ist die geringe Größe der Dipolfalle mit einer Strahltaile von $3,5\mu\text{m}$. Bei Fallengrößen unter $4\mu\text{m}$ ist beobachtet worden, dass maximal ein Atom in die Falle geladen werden kann. Aufgrund des kleinen Fallenvolumens sind lichtinduzierte Zweikörperstöße sehr wahrscheinlich. Diese Zweikörperstöße führen zu einem Verlust der Atome aus der Dipolfalle („collision blockade“ [23], [24]).

Aus einer Messung analog Abbildung 2.3 auf der vorherigen Seite wurde die Lebensdauer der einzelnen Atome in der Dipolfalle bestimmt. Die durchschnittliche Lebensdauer eines Atoms in der Falle beträgt dabei $2.2 \pm 0.2\text{s}$ bei Anwesenheit von Kühllicht und maximal 5s bei Abwesenheit von Kühllicht [21; 22].

2.4 Analyse der Atom und Photonzustände

Um die Verschränkung in unserem Experiment nachweisen zu können, muss man in der Lage sein, den Zustand des Photons und das Atom in jeder Basis analysieren zu können. Die Analyse des Photons ist möglich mit einer geeigneten Kombination aus $\frac{\lambda}{2}$ - und $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen und einem polarisierenden Strahlteiler. Der zustandsselektive Nachweis des Atoms ist schwieriger, da man wegen der Entartung der Zeeman Unterniveaus diese nicht auf spektroskopischen Weg unterscheiden kann.

In unserem Experiment kommt daher eine zweistufige Nachweisteknik zum Einsatz. Als erster Schritt kommt die sogenannte zustandsselektive STIRAP-Technik (stimula-

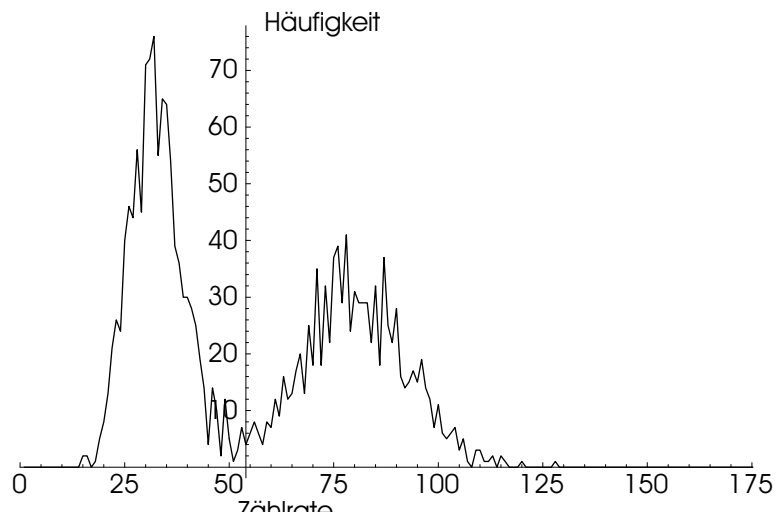


Abbildung 2.4: Histogramm der Fluoreszenz von Atomen in der Dipolfalle. Man erkennt zwei Häufungen der Zählrate. Die erste Häufung ist bei einer Zählrate von von ca. 30 Ereignissen pro Sekunde. Diese Häufung ist durch den hintergrund, der durch Streuungen der Photonen aus dem Kühl- und Rückpumplaser an der MOT verursacht sind. Die zweite Häufung bei einer Zählrate von ca. 80 Ereignissen pro Sekunde wird verursacht durch ein Atom in der Falle verursacht. Eine Häufung, die man bei zwei oder mehr Atomen in der Falle erwarten würde, fehlen.

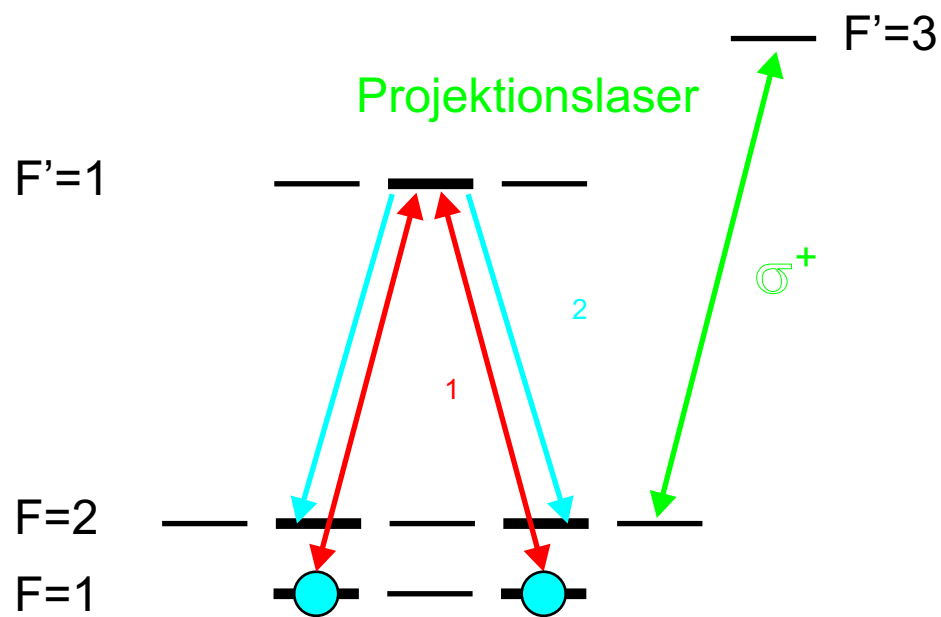


Abbildung 2.5: Prinzip der atomaren Zustandsdetektion, mit ω_1 und ω_2 sind die beiden STIRAP Laser bezeichnet. Diese legen die atomare Analysebasis fest, indem sie eine bestimmte Superposition transferieren, die dazu orthogonal ist jedoch nicht. Mit σ^+ ist der Projektionslaser bezeichnet, der die transferierten Zustände aus der Falle entfernt. Dieses Rausschiessen erfolgt durch Heißen und Strahlungsdruck

ted Raman adiabatic passage) zum Einsatz [25; 26]. Durch diese Technik wird eine bestimmte Superposition der Zeemann Unterniveaus über das $5^2P_{3/2}$ $F'=1$ Niveau adiabatisch in das $5^2S_{1/2}$ $F=2$ Niveau überführt (siehe Abbildung 2.5 auf der vorherigen Seite), während der dazu orthogonale Zustand nicht transferiert wird. Anschließend werden die transferierten Zustände aus der Dipolfalle mit Hilfe des Projektionslaser entfernt und es wird untersucht, ob sich das Atom noch in der Falle befindet (siehe Abbildung 2.5).

Die Transferwahrscheinlichkeit des STIRAPs wird durch die relative Phase der Wahrscheinlichkeitsamplituden der beiden Übergänge ($F = 1, m_F = -1 \rightarrow F' = 1, m_F = 0$ und $F = 1, m_F = 1 \rightarrow F' = 1, m_F = 0$) bestimmt. Diese Phase ist durch die Phasendifferenz des Superpositionszustands, die Polarisation des STIRAP-Lasers und die Clebsch-Gordan Koeffizienten des Übergangs bestimmt. Überlagern sich die Amplituden konstruktiv, so findet ein Transfer statt, während bei destruktiver Interferenz kein Transfer auftritt. Einen Zustand der nicht transferiert wird, bezeichnet man als Dunkelzustand.

Der allgemeine Zustand:

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\sin \alpha|1, -1\rangle + e^{i\beta} \cos \alpha|1, 1\rangle) \quad (2.3)$$

wird durch ein Lichtfeld im Polarisationszustand

$$|\Psi\rangle_{STIRAP} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\sin \alpha|\sigma^+\rangle - e^{i\beta} \cos \alpha|\sigma^-\rangle) \quad (2.4)$$

von $F=1$ ind das $F'=2$ Nievau zustandselektiv transferiert, während die dazu orthogonale Superposition ein Dunkelzustand ist und im Zustand $F=1$ bleibt.

Im zweiten Schritt des Detektionsprozesses wird der Projektionslaser (Resonant zum Übergang $F = 2 \rightarrow F' = 3$) eingestrahlt. Dieser entfernt ein vom STIRAP-Laser transferiertes Atom durch Heizen und durch Strahlungsdruck aus der Falle. Anschließend führt man einen Fluoreszenznachweis durch, um zu untersuchen, ob sich das Atom noch in der Falle befindet.

Auf diese Weise ist man in der Lage jede beliebige Superposition der Zeemann Zustände $|1, \pm 1\rangle$ des $5^2S_{1/2}$ $F=1$ Zustands mit einer Effizienz von $P \geq 95\%$ nachzuweisen [9; 21]. Zum Fokussieren der STIRAP-Strahlen kommt ein baugleiches Objektiv wie zum Fokussieren der Dipolfalle und zum Aufsammeln der Fluoreszenz zum Einsatz. Die STIRAP-Laser werden von der anderen Seite der Glaszelle in das Zentrum der Dipolfalle fokussiert. Die räumliche Anordnung der Strahlen und Elemente ist in Abbildung 2.2 auf Seite 18 zu erkennen. Details zum Aufbau siehe [18], [28] und [27].

2.5 Zeitlicher Ablauf des Experiments

In Abbildung 2.6 auf der nächsten Seite ist der zeitliche Verlauf des Experiments zu erkennen. Der Ablauf des Experiments gliedert sich grob in drei Phasen:

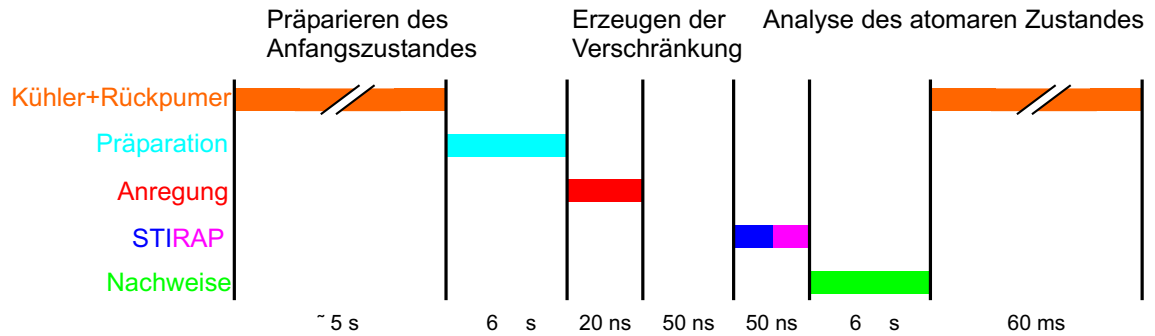


Abbildung 2.6: Zeitlicher Ablauf des Experiments. Man erkennt die wesentlichen Phasen des Experimentes: Laden eines Atoms, die Präparation des Atoms, die Anregung, den Zerfall und den zustandsselektiven Nachweis

- Präparieren des Ausgangszustands für die Anregung durch optisches Pumpen
- Erzeugung der Verschränkung
- Analyse des atomaren Zustands und des Photons

In Abbildung 2.6 sind die verschiedenen Phasen des Experiments dargestellt. Man beginnt das Experiment mit dem Einstrahlen von Kühl- und Rückpumpplaser um ein Atom in die Dipolfalle zu laden. Gleichzeitig beobachtet man die Fluoreszenz, um zu erkennen, wann ein einzelnes Atom sich in der Dipolfalle befindet. Sobald man ein einzelnes Atom beobachtet hat, wird durch Einstrahlen der Pump-Laser, das Atom in den $5^2S_{1/2}, F = 1, m_F = 0$ Grundzustand gepumpt. Dieses optische Pumpen dauert $6\mu s$ (siehe Abbildung 2.8 auf Seite 26). In einem zweiten Schritt wird die Atom-Photon Verschränkung erzeugt. Dazu muss das Atom in den $5^2P_{1/3}, F'=0$ Zustand angeregt werden. Diese Anregung wird durch einen optischen π -Puls durchgeführt. Dieser Prozess (optisches Pumpen und Anregung) muss im Mittel 2000 mal wiederholt werden, um ein spontan emittiertes Photon zu detektieren. Sobald das emittierte Photon auf den Einzelphotonendetektoren nachgewiesen ist, beginnt der Prozess zum Analysieren des atomaren Zustands (siehe oben).

In Abbildung 2.7 ist die Fluoreszenz, die im Verlauf des Experiments beobachtet wurde, dargestellt. Dabei ist die Fluoreszenz des optischen Pumpens in den $5^2S_{1/2}, F = 1, m_F = 0$ Grundzustand sowie die des spontanen Zerfalls aus dem $5^2P_{2/3}$ zu erkennen.

2.6 Nachweis der Verschränkung

Um die Verschränkung in unserem Experiment nachweisen zu können, muss man Korrelationen zwischen dem Zustand des Atoms und des Photons analysieren. Das Zu-

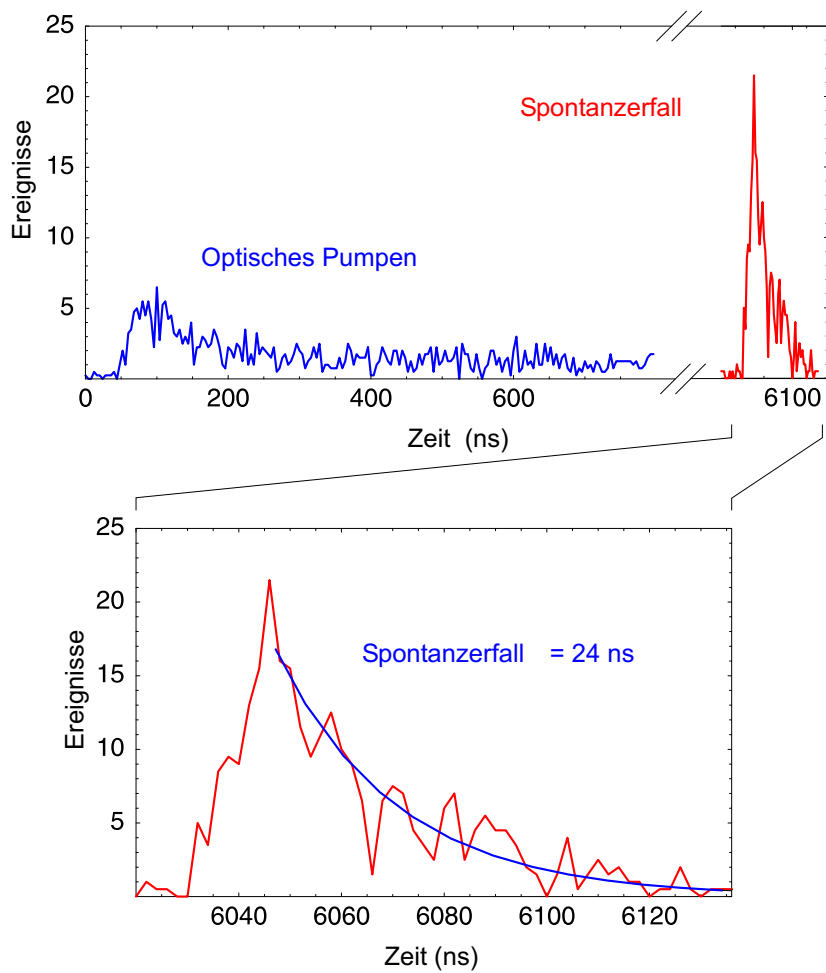


Abbildung 2.7: Darstellung der Fluoreszenz im Verlaufe des Experiments, oben: Präparation des Ausgangszustands durch optisches Pumpen, unten: spontaner Zerfall des angeregten Zustands

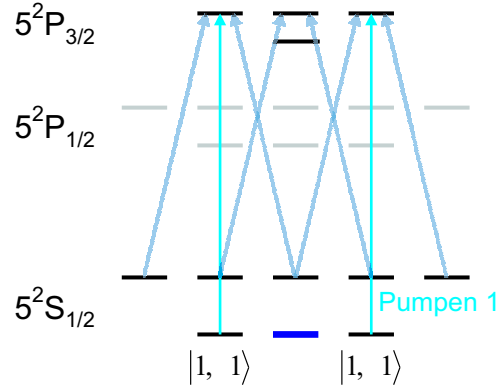


Abbildung 2.8: Präparation des Ausgangszustands zur Anregung des Atoms. Dargestellt ist das optische Pumpen in den atomaren Zustand $5^2S_{1/2}, F = 1, m_F = 0$. Dazu werden zwei Pumplaser eingestrahlt, der erste ist resonant zum Übergang $5^2S_{1/2}, F = 1 \rightarrow 5^2P_{3/2}, F' = 1$, der zweite $5^2S_{1/2}, F = 2 \rightarrow 5^2P_{3/2}, F' = 1$.

standekommen dieser Korrelationen möchte ich an einem Beispiel demonstrieren, in dem das Photon in einer linearen Basis analysiert wird. Jede lineare Polarisation $|\alpha\rangle_P$ lässt sich als Superposition von σ^+ - und σ^- -polarisierten Licht schreiben als:

$$|\alpha\rangle_P = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\sigma^+\rangle + e^{i2\alpha_P}|\sigma^-\rangle) \quad (2.5)$$

$$|\alpha + 90^\circ\rangle_P = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\sigma^+\rangle - e^{i2\alpha_P}|\sigma^-\rangle) \quad (2.6)$$

wobei α den Winkel zwischen horizontaler und vertikaler Polarisation beschreibt (siehe Abbildung 2.9 auf der nächsten Seite). Damit lässt sich der Atom-Photon Zustand schreiben als:

$$|\Psi_{AP}\rangle = \frac{1}{2}((|1, -1\rangle_A + e^{i2\alpha_P}|1, +1\rangle_A)|\alpha\rangle_P + (|1, -1\rangle_A - e^{i2\alpha_P}|1, +1\rangle_A)|\alpha + 90^\circ\rangle_P) \quad (2.7)$$

Nach der Messung am Photon wird der Zustand des Atoms je nach Messergebnis auf die Zustände

$$|\Psi_A\rangle_{APD1} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1, -1\rangle_A + e^{i2\alpha_P}|1, +1\rangle_A) \quad (2.8)$$

$$|\Psi_A\rangle_{APD2} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1, -1\rangle_A - e^{i2\alpha_P}|1, +1\rangle_A) \quad (2.9)$$

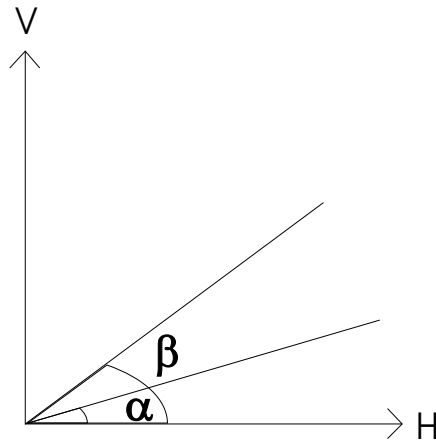


Abbildung 2.9: Definition der Polarisationswinkel α und β . α und β sind die Winkel zwischen horizontaler Polarisation $|H\rangle$ und der gewünschten Polarisation.

projiziert. Wird daraufhin der atomare Zustand mit Hilfe der STIRAP-Laser in der durch den Winkel β_S definierten Basis analysiert (siehe Abbildung 2.9), so ergibt sich für die Transferwahrscheinlichkeit P:

$$\begin{aligned} P(\alpha_P, \beta_S) &= \sin^2(\alpha_P - \beta_S) \\ P(\alpha_P + 90^\circ, \beta_S) &= \cos^2(\alpha_P - \beta_S) \end{aligned} \quad (2.10)$$

Bei fest gewählten β_S sollten Transferwahrscheinlichkeiten bei Variation von α_A ein sinusförmiges Verhalten zeigen. Analoges Verhalten erwartet man bei Analyse der Photonen in der σ Basis.

Die beobachteten Korrelationen sind in den Abbildungen 2.10 auf der nächsten Seite dargestellt. In Abbildung 2.10 (a) sind die Korrelationen für eine lineare STIRAP-Polarisationen dargestellt. Man erkennt den in Gleichung 2.11 vorausgesagten sinusförmigen Verlauf der Korrelationen. Es ergibt sich eine minimale Transferwahrscheinlichkeit von 10% und eine maximale Transferwahrscheinlichkeit von 95% woraus sich ein Kontrast von 0.85 ergibt. In den beiden anderen gemessenen Basen sind ebenfalls die vorausgesagten Korrelationen zu erkennen. Da die Messungen in drei komplementären Basen Korrelationen zeigen, ist der erzeugte Zustand verschränkt. Für eine genauere Analyse des Zustands wurde eine vollständige Zustandstomographie des Atom-Photon Zustands durchgeführt, welche in nächsten Kapitel beschrieben ist.

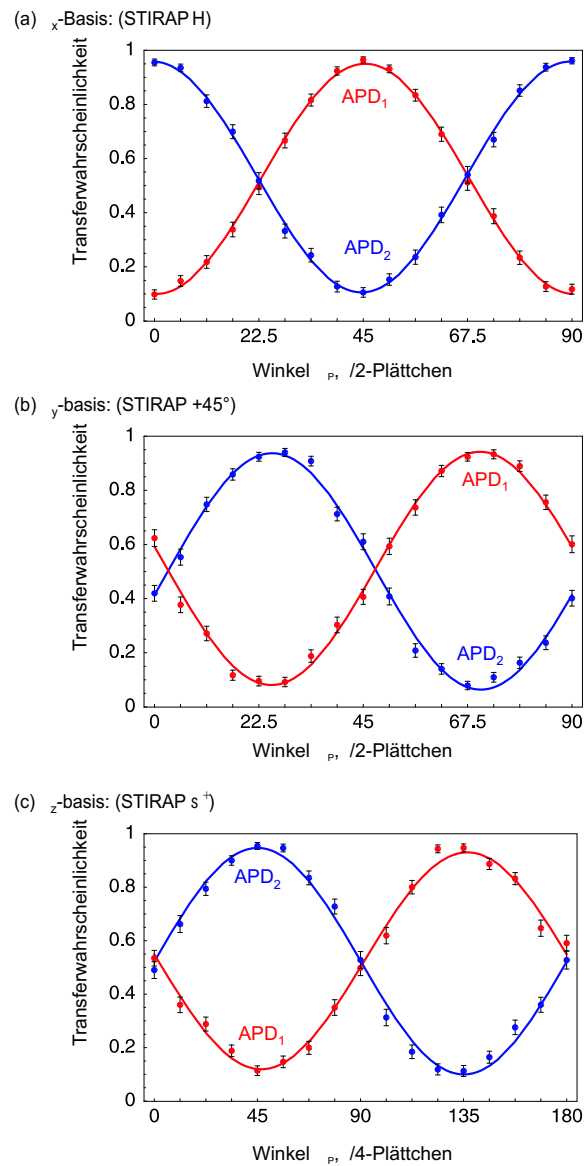


Abbildung 2.10: Korrelationen zwischen dem Zustand des Atoms und des Photons. In Abbildung (a) wird das Atom in der $|\uparrow\rangle_x$ -Basis $\beta_S = 0^\circ$ analysiert, in Abbildung (b) in der $|\uparrow\rangle_y$ -Basis $\beta_S = 45^\circ$ und in (c) in der $|\uparrow\rangle_z$ -Basis. Der Verlauf der Korrelationen entspricht dem in Gleichung 2.11 auf der vorherigen Seite vorhergesagten sinusförmigen Verlauf. Da in der Messung in drei komplementären Analysebasen des Atoms Korrelationen zu erkennen sind, ist dies ein Zeichen dafür, dass der erzeugte Atom-Photon Zustand verschränkt ist.

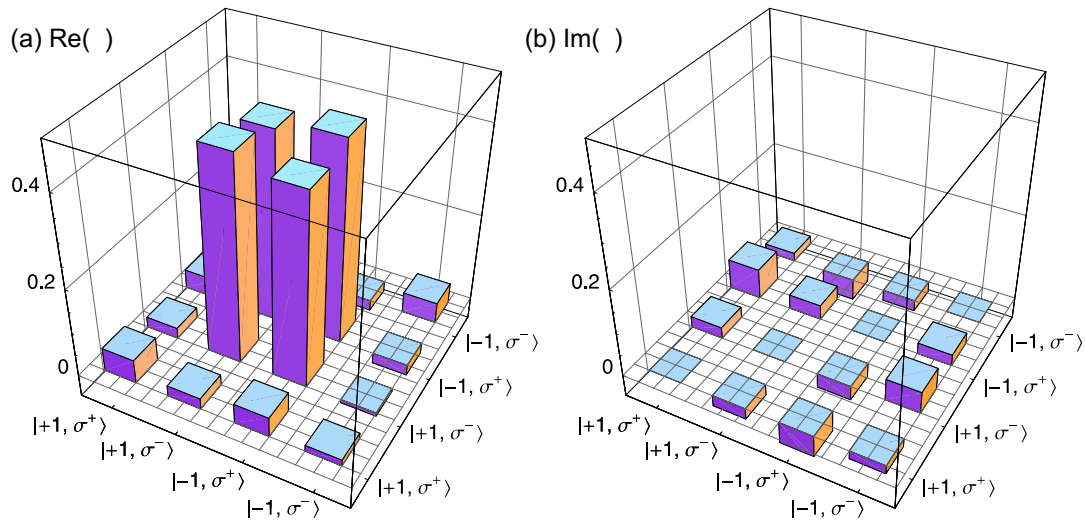


Abbildung 2.11: Real und Imaginärteil der Dichtematrix ρ des Atom-Photon-Zustandes rekonstruiert aus den Korrelationmessungen

2.7 Zustandstomographie

Um den erzeugten Atom-Photon Zustand vollständig charakterisieren zu können, ist es notwendig, die Dichtematrix des Systems zu bestimmen. Die Dichtematrix eines Systems aus 2 Spin-1/2-Teilchen ist gegeben durch 15 freie Parameter (siehe Abschnitt 1.2, $n=4$).

Die Dichtematrix lässt sich mit Hilfe der Zerlegung (Formel 1.13) aus den Messergebnissen rekonstruieren.

Die sich aus den Messdaten ergebene Dichtematrix ist in Abbildung 2.11 dargestellt. Man kann nach der unten stehenden Formel die Fidelity von diesem Zustand berechnen, das heißt den Überlapp des erzeugten Zustands mit dem theoretisch vorhergesagten Zustand für die spontane Emission (Gleichung 2.2).

$$F(\rho, \Psi) := \langle \Psi | \rho | \Psi \rangle \quad (2.11)$$

Aus diesem Ausdruck ergibt sich für das gemessene ρ eine Fidelity von $87 \pm 1\%$ [9].

2.8 Zusammenfassung

Zur Erzeugung eines verschränkten Atom-Photon Zustands benutzen wir den spontanen Zerfall des angeregten Hyperfeinzustands $F'=0$. Dabei ist aufgrund der Drehimpuls-erhaltung die Polarisation des emittierten Photons mit dem Drehimpuls des

Atoms verschränkt. Zum Nachweis der Verschränkung verwenden wir einen zustandsselektiven Transfer zwischen den atomaren Hyperfein-Niveaus, der zusammen mit einer Hyperfeinzustandsdetektion eine Messung des atomaren Q-Bits in beliebigen Messbasen erlaubt.

Mit dieser Methode konnten wir einen verschränkten Atom-Photon-Zustand erzeugen und analysieren, wobei sich eine Fidelity von 87% ergibt. Die in diesem Kapitel vorgestellte Erzeugung der Atom-Photon Verschränkung wurde vor Beginn meiner Diplomarbeit experimentell von Markus Weber und Jürgen Volz realisiert (siehe [22; 21; 9]). Die hohe Güte des erzeugten Atom-Photon Zustands ermöglicht den Einsatz der Verschränkung für den Transfer von Quanteninformation von photonischen Q-Bits auf das Atom mit Hilfe der Remote-State Präparation, dass im folgenden Kapitel beschrieben ist.

3 Remote-State-Präparation

3.1 Einleitung

Mit der im vorherigen Kapitel beschriebenen Atom-Photon Verschränkung ist eine der Grundlagen zur Remote-State Präparation eines atomaren Quantenspeichers geschaffen. Mit Hilfe der Remote-State Präparation ist es möglich einen beliebigen Zustand auf einem entfernten Teilchen mit Übertragung von 2 Bit klassischer Information zu präparieren. Der quantenmechanische Informationsträger wird dabei wie beim Teleportieren nicht vom Sender zum Empfänger transportiert. Die Remote-State Präparation ist eine besondere Form der Teleportation, bei der, der zu teleportierende Zustand bekannt ist. Diese Art der Teleportation lässt sich z.B. zum Präparieren von festgelegten Zuständen in Quantenspeichern benutzen. Es sind bisher Teleportationen zwischen gleichartigen Teilchen realisiert worden [29; 30; 13; 10; 11]. Ich möchte in meiner Arbeit die Remote-State Präparation eines atomaren Q-Bits beschreiben, wobei der zu teleportierende Zustand auf einem photonischen Zustand kodiert ist, also eine Teleportation von verschiedenartigen Teilchen darstellt.

Um die Remote-State Präparation durchzuführen, müssen sich Alice und Bob einen verschränkten Atom-Photon Zustand teilen. Alice kodiert den zu teleportierenden Zustand auf dem räumlichen Freiheitsgrad des Photons, führt eine vollständige Bell-Messung am Photon durch und teilt Bob das Ergebnis ihrer Bell-Messung mit. Abhängig von dem Messergebnis, muss Bob noch eine von vier zuvor definierten, zustandsunabhängigen Transformationen am Atom durchführen, um den gewünschten Zustand zu rekonstruieren. Wir werden uns in unserem Experiment auf den „proof of principle“ beschränken. Das bedeutet, dass wir, anstatt die vier unitären Transformationen durchzuführen, eine Zustandstomographie der vier möglichen Atomzustände durchführen werden.

Ich möchte dieses Kapitel mit einer theoretischen Beschreibung der Remote-State-Präparation beginnen. Fortfahren werde ich mit den experimentellen Anforderungen und der Beschreibung des Aufbaus. Anschließend werde ich mit einem kurzen Überblick über die einzelnen Komponenten, die im anschließenden Kapitel näher beschrieben werden, geben. Abschließen werde ich diesen Abschnitt mit einer Präsentation und Diskussion der Messergebnisse.

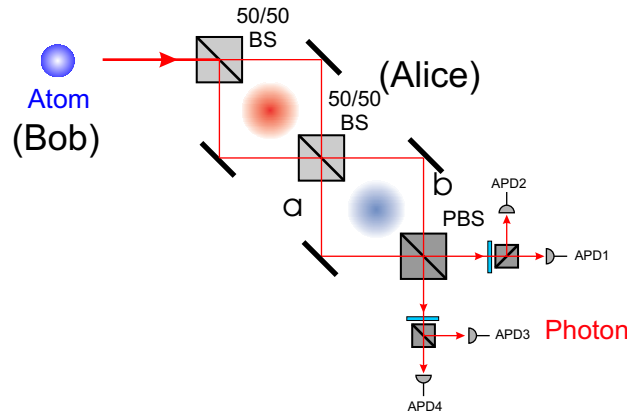


Abbildung 3.1: Schema der Remote State Präparation. Die experimentelle Realisierung der Remote-State Präparation eines atomaren Q-Bits unter Zuhilfenahme eines doppelten Mach-Zehnder Interferometers mit anschließender Polarisationsanalyse unter 45°.

3.2 Remote-State Präparation eines atomaren Q-Bits

Um einen photonischen Zustand auf ein atomares Q-Bit mit Hilfe eines verschränkten Atom-Photon Paares zu transferieren, muss man diesen auf einem zusätzlichen Freiheitsgrad des Photons aufprägen.

Möchte man einen externen photonischen Zustand auf ein atomares Q-Bits transferieren, muss man eine vollständige Bell-Messung von polarisationsverschränkten Photonen durchführen können. Diese stellt ein gewisses Problem dar. Eine vollständige Bell-Messung ist nach dem No-Go-Theorem mit linearen optischen Komponenten nicht möglich [31]. Erweitert man jedoch den Zustandsraum eines Photons, so ist in diesem vier-dimensionalen Raum eine vollständige Bell-Messung mit linearen optischen Elementen realisierbar. Eine mögliche Realisierungsmöglichkeit der Remote-State Präparation ist, den zu teleportierenden Zustand in dem Impulsraum des Photons, z.B. Aufteilung des Photons in zwei räumliche Moden $|a\rangle$ und $|b\rangle$, unter Zuhilfenahme eines Mach-Zehnder Interferometers zu kodieren.

Als Ausgangszustand dient ein verschränkter Atom-Photon Zustand, der in folgender Weise beschrieben werden kann:

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1, -1\rangle|\sigma^+\rangle + |1, 1\rangle|\sigma^-\rangle) \quad (3.1)$$

Näheres zur Erzeugung der Verschränkung ist in Kapitel 2 beschrieben.

Um den zu teleportierenden Zustand aufzuprägen, wird das emittierte Photon, das sich ursprünglich in Mode $|b_0\rangle$ befindet, mit Hilfe eines polarisationunabhängigen Mach-Zehnder Interferometers (siehe Abbildung 3.1 auf der vorherigen Seite) in zwei räumliche Moden $|a\rangle$ und $|b\rangle$ aufgespalten. Das Aufteilungsverhältnis ist durch die Phase α des Interferometers bestimmt. Nach dem Mach-Zehnder Interferometer befindet sich das Photon in folgendem Zustand:

$$|\Psi\rangle_{\text{Photon}} = \cos \frac{\alpha}{2} |a\rangle + \sin \frac{\alpha}{2} |b\rangle \quad (3.2)$$

wobei die Phase α durch den Weglängenunterschied zwischen den beiden Armen des Interferometers bestimmt ist. Um einen allgemeinen atomaren Q-Bit Zustand zu kodieren, muss noch eine Phase zwischen den räumlichen Moden hinzugefügt werden, indem die beiden Moden im zweiten Interferometer unterschiedliche Weglängen zurücklegen. Es resultiert folgender Zustand:

$$|\Psi\rangle_{\text{Photon}} = e^{i\Phi} \cos \frac{\alpha}{2} |a\rangle + \sin \frac{\alpha}{2} |b\rangle \quad (3.3)$$

Um den Zustand, der durch Gleichung 3.3 beschrieben ist, auf das Atom zu transferieren, führt man eine vollständige Bell-Messung im vierdimensionalen Hilbertraum des Polarisations- und Impulsraumes des Photons durch. Diese vollständige Bell-Messung kann durch eine Kombination von einem polarisierenden Strahlteiler und einer Polarisationsanalyse unter 45° realisiert werden (näheres zur Bell-Messung siehe in Anhang A.2 auf Seite 61). Das Photon wird mit Hilfe von Einzelphotonendetektoren detektiert. Abhängig davon, welcher Detektor das Photon detektiert hat, befindet sich das Atom in einem der folgenden Zustände:

$$|\Phi_1\rangle = e^{i\Phi} \cos \frac{\alpha}{2} |\uparrow\rangle_x + \sin \frac{\alpha}{2} |\downarrow\rangle_x \quad (3.4)$$

$$|\Phi_2\rangle = e^{i\Phi} \cos \frac{\alpha}{2} |\uparrow\rangle_x - \sin \frac{\alpha}{2} |\downarrow\rangle_x \quad (3.5)$$

$$|\Phi_3\rangle = e^{i\Phi} \cos \frac{\alpha}{2} |\downarrow\rangle_x + \sin \frac{\alpha}{2} |\uparrow\rangle_x \quad (3.6)$$

$$|\Phi_4\rangle = e^{i\Phi} \cos \frac{\alpha}{2} |\downarrow\rangle_x - \sin \frac{\alpha}{2} |\uparrow\rangle_x \quad (3.7)$$

wobei $|\uparrow\rangle_x = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle_z + |\downarrow\rangle_z)$ gilt (siehe Tabelle 1.1 auf Seite 2).

Detektiert Detektor 1 das Photon, so befindet sich das Atom im Zustand $|\Phi_1\rangle$ und somit schon im zu präparierenden Zustand. Alle anderen möglichen Zustände des Atoms lassen sich durch unitäre Transformationen, die durch die Pauli Operatoren σ_x, σ_y und σ_z definiert sind, in den zu teleportierenden Zustand überführen.

3.3 Experimentelle Anforderungen

Die Komponenten des experimentellen Aufbaus müssen folgende Eigenschaften erfüllen:

- perfekt polarisationsunabhängige 50/50 Strahlteiler
- perfekt polarisierende Strahlteiler
- möglichst geringe Doppelbrechung der verwendeten Komponenten
- stabiles Interferometer über einen Zeitraum von Stunden
- möglichst geringe Verluste an den optischen Komponenten

3.4 Experimentelle Realisierung

3.4.1 Kurzer Überblick über den experimentellen Aufbau

Zur Realisierung der Remote-State Präparation haben wir uns für einen Aufbau mit einem doppelten Mach-Zehnder-Interferometer (siehe Abbildung 3.1 auf Seite 32) mit anschließender Polarisationsanalyse unter 45° entschieden.

Der detaillierte experimentelle Aufbau der Remote-State-Präparation ist in Abbildung 3.2 auf der nächsten Seite dargestellt. Das Photon wird durch eine Einmoden-Faser, der Beobachtungsfaser, in das Interferometer eingekoppelt. Die Aufteilung des Photons in zwei räumliche Moden $|a\rangle$ und $|b\rangle$ wird durch ein Mach-Zehnder Interferometer realisiert. Dieses besteht aus einem polarisierenden Strahlteiler, und zwei Retroprismen, welche das Photon in der vertikale Ebene retroreflektieren. Die retroflektierten Anteile der beiden Arme des ersten Interferometers werden an demselben Strahlteiler wieder Überlagert. Das zweite Interferometer besteht aus zwei Spiegeln und einem Retroprisma, sowie einem polarisierenden Strahlteiler. Aus einem Weglängenunterschied zwischen den Armen des zweiten Interferometers resultiert eine Phase zwischen den beiden Moden. Der zu transferierende Zustand ist an dieser Stelle vollständig aufgeprägt. Der polarisierende Strahlteiler des zweiten Interferometers, der von einer Polarisationsanalyse unter 45° gefolgt wird, dient der vollständigen Bell-Zustandsanalyse (siehe Anhang A.2 auf Seite 61). Nach der Strahlanalyse wird das Photon durch eine Multimoden-Faser zu den Detektoren geführt. Als Detektoren kommen Silizium-Avalanche Photodioden zum Einsatz.

Die Prismen befinden sich auf Verschiebetischen, welche durch Piezzos verschiebbar sind. Die Armlängen der Interferometer werden durch eine aktive Stabilisierung konstant gehalten (näheres siehe 3.4.2 auf Seite 37).

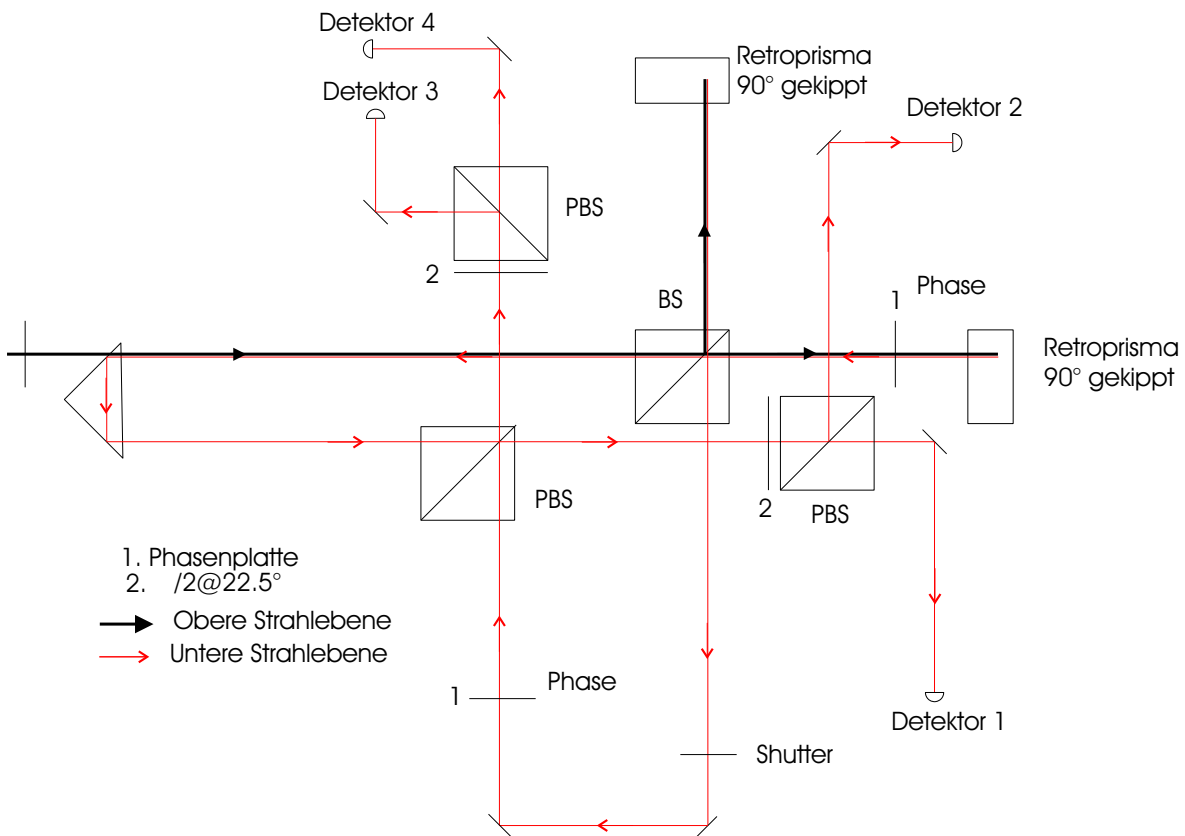


Abbildung 3.2: Skizze des Aufbaues zur Remote-State-Präparation: Die Strahlen verlaufen auf zwei Ebenen, die Information in welcher Ebene die Strahlen laufen, ist in der dicke der Linien kodiert. Dicke Linien bedeuten der Strahl läuft auf der oberen Ebene, dünne Linien, der Strahl läuft auf der unteren Ebene. Dieses Schema ist insofern nicht vollständig, da z.B. die Stabilisierungstrahlen nicht eingezeichnet sind.

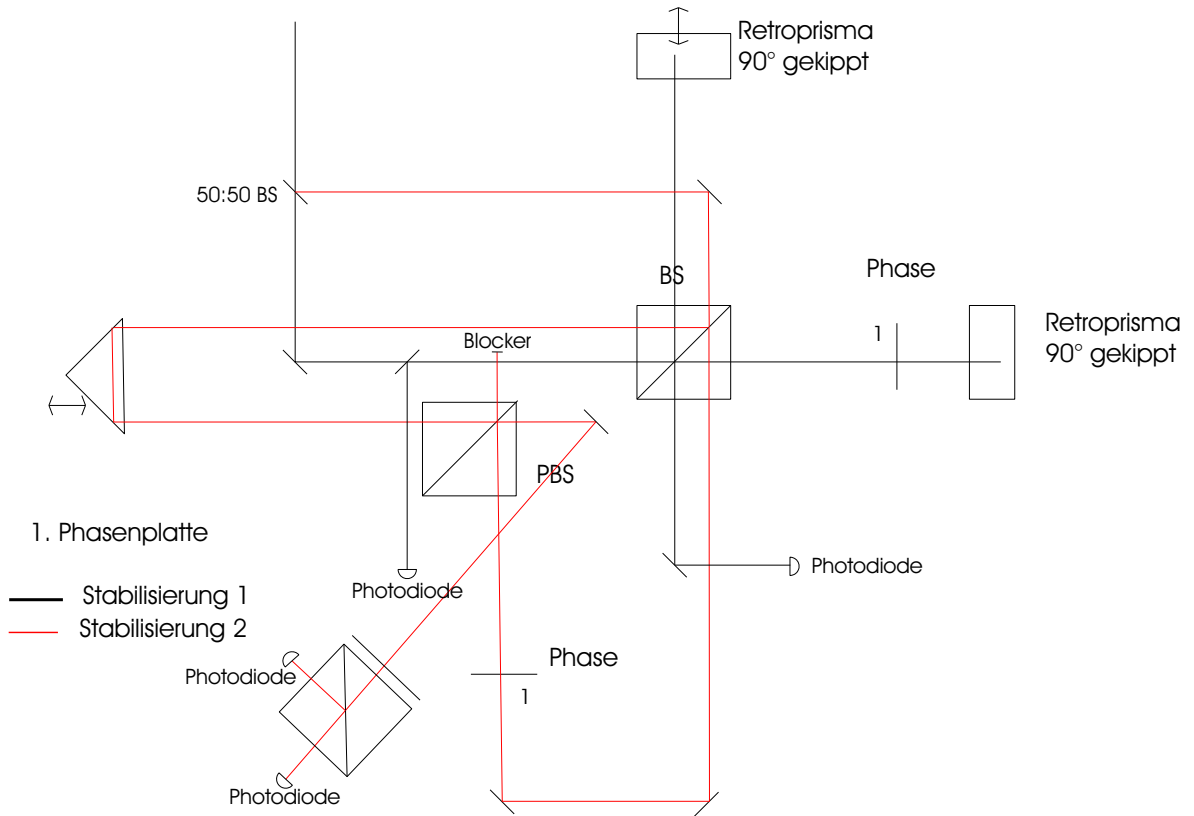


Abbildung 3.3: Skizze des Aufbaues zur Stabilisierung der Remote-State Präparation: Das Interferometer wird mit Hilfe eines zusätzlichen Lasers aktiv stabilisiert. Dazu wird der Stabilisierungslaser in zwei Strahlen aufgespalten und in jeweils ein Interferometer eingekoppelt. Die Stabilisierungslaser verlaufen auf der gleichen Höhe wie der Hauptstrahl, sind aber seitlich versetzt. Nach den Interferometern, werden die Stabilisierungen ausgekoppelt und untersucht. Die Intensität der ausgekoppelten Stabilisierungstrahlen des ersten Interferometers wird direkt mittels Photodioden gemessen. Im Gegensatz dazu wird ein aus dem zweiten Interferometer ausgekoppelter Strahl noch einer Polarisationanalyse unterzogen und die Intensität in den Ausgängen der Polarisationsanalyse untersucht. Der andere Strahl wird geblockt.

3.4.2 Stabilität des Interferometers

Um eine reproduzierbare Präparation des atomaren Zustands zu erreichen, ist eine Phasenstabilität über den Zeitraum einer Messung (ca. 12h) notwendig. Aus diesem Grund sind die Interferometer aktiv stabilisiert. Zur Stabilisierung wird ein zusätzlicher Laser der Wellenlänge $\lambda = 795\text{nm}$ mit einer Polarisation von 45° verwendet.

Der Stabilisierungslaser wird in zwei Strahlen durch einen 50:50 Strahlteiler aufgespalten und in die beiden Interferometer eingekoppelt. Dieser verläuft auf derselben Höhe wie der Hauptstrahl, jedoch horizontal versetzt. Sollte die Stabilisierung nicht auf derselben Höhe wie später das emittierte Photon verlaufen, so wird durch die thermische Biegung des Tisches eine zusätzliche unkontrollierbare Phase zwischen Stabilisierungs- und Hauptstrahl hinzugefügt.

Zur Kontrolle der Phase passiert der Stabilisierungslaser noch zusätzlich ein Glasplättchen, welches eine Phase zwischen dem Stabilisierungstrahl und dem Hauptstrahl hinzufügt. Nach Passieren des Interferometers werden die Stabilisierungsstrahlen mit kleinen Goldspiegeln im ersten Interferometer in beiden Ausgängen, im zweiten Interferometer in einem Ausgang, ausgekoppelt. Es wird mit Hilfe von zwei Photodioden die Intensität des ausgekoppelten Lichts des ersten Interferometers bestimmt. Das aus dem zweiten Interferometer ausgekoppelte Licht, wird an Stelle dessen durch eine Polarisationsanalyse untersucht, und die Intensität in den beiden Ausgängen der Polarisationsanalyse bestimmt. Der oben beschriebene Strahlenverlauf der Stabilisierung in den beiden Interferometern ist in Abbildung 3.3 auf der vorherigen Seite dargestellt. Die gemessenen Intensitäten zeigen eines \cos^2 -förmigen, paarweise gegenphasigen Verlauf. Daher wird aus den Photospannungen mit unter Zuhilfenahme einer PID-Regelung ein Fehlersignal erzeugt, welches durch einen Hochspannungsverstärker erzeugt wird und zur Variation der Armlänge eines Armes des Interferometers verwendet wird. Diese Variation der Armlänge wird durch Anlegen des Fehlersignals an einen Piezokristall, durch dessen Längenvariation ein Prisma verschoben wird, erzeugt. Durch diese Rückkopplung des Fehlersignals wird eine Stabilisierung der Armlängen der Interferometer erreicht, indem die PID-Regelung die Armlängen so variiert, dass die Intensitäten paarweise gleich sind.

Es ergibt sich eine unendlich große diskrete Menge an Lockpunkten, die physikalisch alle äquivalent und ununterscheidbar sind. Durch Wahl des Lockpunktes ist man nicht in der Lage, die Phase der Interferometer zu setzen, daher wird die Phase der Interferometer durch eine Glasplatte gesetzt (siehe Abschnitt 3.4.3 auf Seite 40).

Ich möchte hier nochmal die Problematik aufgreifen, warum der Stabilisierungstrahl und der Hauptstrahl in derselben vertikalen Ebene verlaufen müssen. Hätten die Strahlen nicht dieselbe Höhe, so würde infolge der thermischen Biegung des Tisches ein Weglängenunterschied zwischen dem Hauptstrahl und dem Stabilisierungstrahl entstehen. Dieser Weglängenunterschied hätte eine Phase zwischen dem Haupt- und dem Stabilisierungstrahl zur Folge.

Abbildung 3.4 auf der nächsten Seite zeigt den Sachverhalt in einer Skizze. Daraus

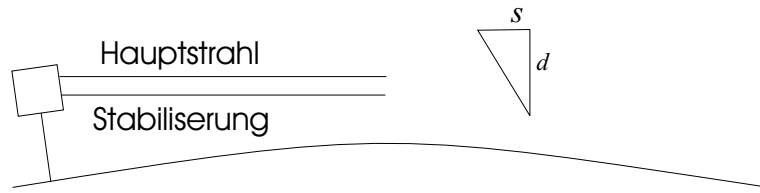


Abbildung 3.4: Weglängenunterschied zwischen Haupt- und Stabilisierungstrahl, wenn diese auf unterschiedlichen Höhen verlaufen: Infolge der Biegung des Tisches und der damit verbundenen Kippung der optischen Elemente wird ein Weglängenunterschied erzeugt. Da dieses Biegung von den Thermischen Eigenschaft des Tisches und der Umgebung abhängt (Klimaanlage bläst in einem Moment kalte Luft in den Raum), ist dieser Effekt nicht kontrollierbar und während des Versuches nicht konstant

lässt sich der Weglängenunterschied berechnen:

$$\Delta s = \tan(\xi) \cdot d \quad (3.8)$$

um eine Phase $\Delta\phi = \frac{\pi}{2}$ mit $d=1\text{cm}$ zu erhalten, gilt:

$$\Delta s = \frac{\lambda}{2} = \tan \xi \cdot d \rightarrow \xi = 7.84 \cdot 10^{-5} \text{rad} \quad (3.9)$$

wobei α der Kippungswinkel und d der Höhenversatz zwischen Haupt- und Stabilisierungstrahl ist. Die Phase zwischen Haupt und Stabilisierungstrahl ist proportional zum Weglängenunterschied. Da es sich hierbei um thermische Biegung des Tisches handelt, ist kein deterministisches Verhalten des Weglängenunterschiedes zu erwarten. In Abbildung 3.5 auf der nächsten Seite ist die Intensität in den beiden Ausgängen des ersten Interferometers aufgetragen. Man sieht, obwohl die Stabilisierung zufriedenstellend funktionierte, dass die Intensität des Hauptstrahles in den Ports und damit die Phase des Interferometers nicht stabil war. Man erkennt zwei Modulationen der Phase: eine schnelle Modulation, und einen langsamen Drift der Phase. Die schnelle Modulation der Phase resultiert aus den Zyklen der Klimaanlage. Es wird periodisch kältere Luft in den Raum geblasen, die zu einer Biegung des Tisches führt. Diese Biegung des Tisches erzeugt eine Verkippung der Komponenten auf dem Tisch und daher eine Phase zwischen Haupt und Stabilisierungstrahl. Die Gründe der langsamen Modulation sind nicht endgültig geklärt. Es könnte sich um eine langsame Temperaturdrift im Raum handeln, aber auch um äußere Effekte, wie beispielsweise Erschütterungen. Aus diesen Gründen wurden die Prismen des ersten Interferometers vertikal montiert, sodass beide Strahlen nebeneinander passen, aber auf unterschiedlichen Höhen verlaufen. Theoretisch sollten durch Beigung des Tisches keine Phasen zwischen Haupt-

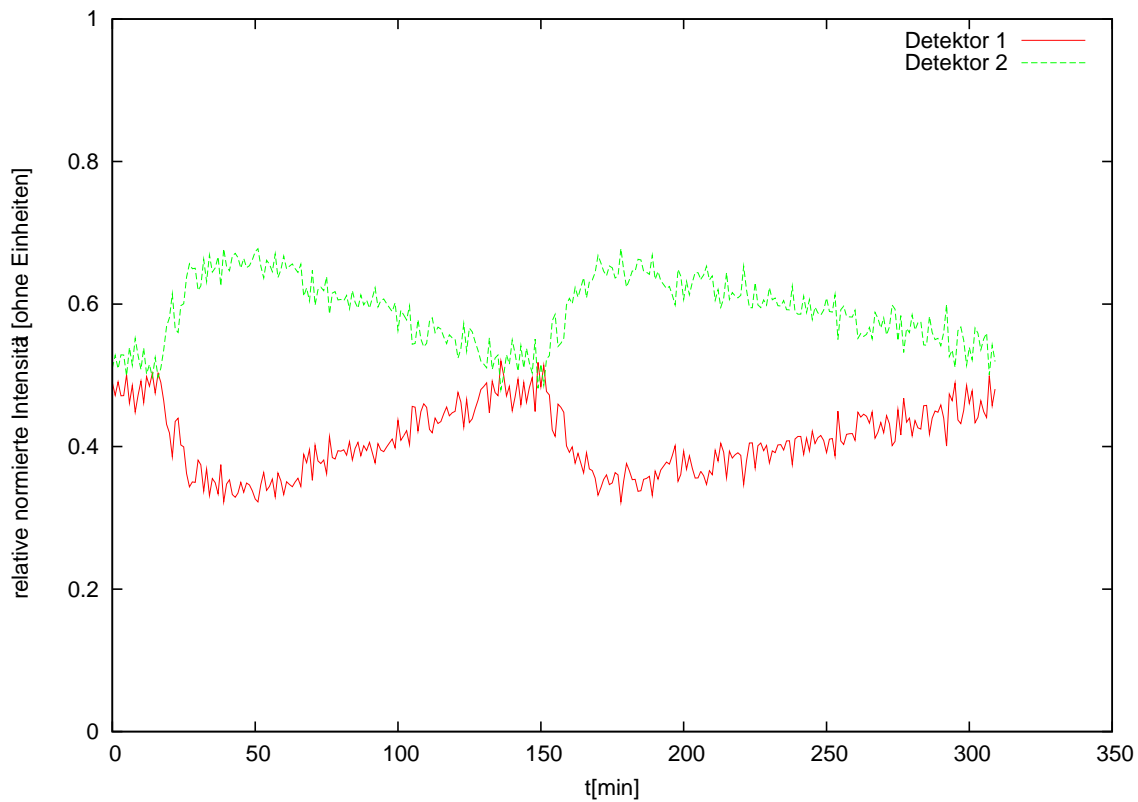


Abbildung 3.5: Dargestellt sind die Intensitäten der beiden Ausgänge des ersten Interferometers. Detektor 1 und Detektor 2 bezeichnen die jeweiligen Photodioden in den Ausgängen des Interferometers. Man sieht in dieser Abbildung sehr schön die Zyklen der Klimaanlage, es wird kalte Luft in den Raum geblasen und der Tisch verbiegt sich, der Tisch relaxiert langsam, der Tisch biegt sich wieder in die Ausgangsposition und die Phase wird wieder kleiner.

und Stabilisierungstrahl mehr auftreten, wenn die Strahlen perfekt auf gleicher Höhe verlaufen. Experimentell verringerten sich durch diesen Umbau zwar die Amplitude der Modulation, aber es ist immer noch keine ausreichende Phasenstabilität gegeben. Aus den oben genannten Gründen und der Notwendigkeit die Phasen in den Interferometern absolut setzen zu müssen, wurde dem Aufbau eine Selbsteichung hinzugefügt. Die Selbsteichung erlaubt es, die Phase des Interferometers absolut einstellen und bei gegebenenfalls vorhandenen Drifts korrigieren zu können.

3.4.3 Kalibration der Phasen im Interferometer

Um den zu präparierenden Zustand festlegen zu können, muss man die Phasen in den beiden Interferometern setzen können. Zu diesem Zweck ist jeweils in einen Arm des Interferometers ein mit einem Schrittmotor drehbares Glasplättchen eingebaut. Dieses Glasplättchen wird nur vom Stabilisierungslaser passiert und fügt so eine Phase zwischen Stabilisierungs- und Hauptstrahl hinzu.

Durch das Glasplättchen, welches sich im Strahlengang des Stabilisierungslaser befindet, wird die optische Weglänge der Stabilisierung in einem Arm des Interferometers verlängert. Für den Weglängenunterschied gilt:

$$\Delta s = n \cdot d \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2(\gamma)}{n^2}}} - \frac{1}{\cos(\gamma)} \right) + d \cdot \sin^2(\gamma) \left(\frac{1}{\cos(\gamma)} - \frac{1}{n \sqrt{1 - \frac{\sin^2(\gamma)}{n^2}}} \right) \quad (3.10)$$

Dieser Weglängenunterschied der Stabilisierung erzeugt eine relative Phase zwischen den Stabilisierungstrahlen aus den beiden Armen des Interferometers, wodurch sich die Intensitäten in den Ausgängen der Stabilisierung ändern. Die Stabilisierung gleicht diesen Weglängenunterschied wieder aus, und es entsteht eine Phase im Hauptstrahl, da dieses optische Weglänge durch das Glasplättchen nicht beeinflusst wird.

Zur Selbsteichung wird im ersten Schritt ein Referenzlaser eingestrahlt, dessen Wellenlänge sich um $\Delta\nu = 50\text{MHz}$ vom emittierten Photon unterscheidet. Daraus resultiert ein Fehler der Phase ϕ von $\Delta\phi \ll 1\%$. Im Anschluss wird die Intensität in jeweils einem Ausgang der Interferometer in Abhängigkeit von dem Winkel γ des Glasplättchens gemessen. Für die Intensität als Funktion des Winkels γ erwartet man an einem Ausgang des Interferometers:

$$I(\gamma) = I_0 \cos^2(\phi_0 + \Delta\phi(\gamma)) \quad (3.11)$$

wobei für die Funktion $\phi(\gamma)$ gilt:

$$\phi(\gamma) = \alpha \Delta s \quad (3.12)$$

Zuerst wird die Phase des ersten Interferometers kalibriert. Dazu wird ein Arm des zweiten Interferometers geblockt, und für jeden Winkeln γ des Glasplättchens die Intensität gemessen, indem man die über 50ms integrierte Zählrate eines Einzelphotonendetektors bestimmt. Durch das Drehen des Glasplättchens, ändert sich die Phase des Stabilisierungstrahls. Durch Nachregeln der Stabilisierung wird dem Referenzstrahl somit eine Phase hinzugefügt. Daraufhin bestimmt man die Phase des Referenzstrahls in Abhängigkeit von dem Winkeln γ des Glasplättchens unter Zuhilfenahme eines Fits. Um im zweiten Interferometer die Phase kalibrieren zu können, wird die Phase des ersten Interferometers so gesetzt, dass ein Aufteilungsverhältnis des ersten Interferometers von 50:50 vorliegt, indem die Phase ϕ auf $\phi = \frac{\pi}{2}$ eingestellt wird. Nach dem Setzen der Phase des ersten Interferometers, wird der Arm des zweiten Interferometers wieder „geöffnet“ und die Phase des zweiten Interferometers wird analog zum ersten Interferometer bestimmt. Zum Abschluss werden die Phasen der beiden Interferometer auf den Soll-Wert eingestellt und der Referenzstrahl wird geblockt, sodass dieser nicht mehr ins Interferometer gelangen kann.

Auf diese Weise hat man die Phase der Interferometer für den Referenzstrahl absolut bestimmt. Der aus der Differenz der Wellenlängen von Referenzstrahl und emittierten Photon resultierende Fehler der Phase ϕ beträgt $\Delta\phi \ll 1\%$ und ist somit vernachlässigbar. Außerdem ist man in der Lage, die Phase nach jedem Messzyklus neu zu kalibrieren.

3.4.4 Polarisationskompensation

Polarisationsfehler sind neben unzureichender Phasenstabilität des Interferometers eine der größten Fehlerquellen in unserem Experiment. Unter Polarisationfehler sind Drehungen der Polarisation, sowie ein Hinzufügen einer Phase zwischen horizontaler und vertikaler Polarisation zu verstehen, die von nahezu jedem optischen Element hinzugefügt werden. Da wir von einem polarisationsverschränkten Atom-Photon Zustand ausgehen, ist die Polarisationserhaltung eine Grundvoraussetzung für eine reproduzierbare Präparation hoher Präparationswahrscheinlichkeit. Im Folgenden werde ich die Eigenschaften der verwendeten Komponenten in Bezug auf die Polarisation, sowie die Kompensation von Polarisationsfehlern vorstellen.

Polarisationsfehler der Beobachtungsfaser

Grundvoraussetzung für eine reproduzierbare Präparation des Atomzustands ist, dass die Beobachtungsfaser die Polarisation der Photonen erhält. Die Beobachtungsfaser dreht die Polarisation der Photonen, da die Faser teilweise gebogen verlegt werden muss und somit Spannungsdoppelbrechung erzeugt wird. Darum wird die Faser durch einen Polarisationscontroller geführt, mit dem man durch Biegung der Faser jede beliebige Drehung der Polarisation erreichen kann, um somit die Fehler durch Biegung

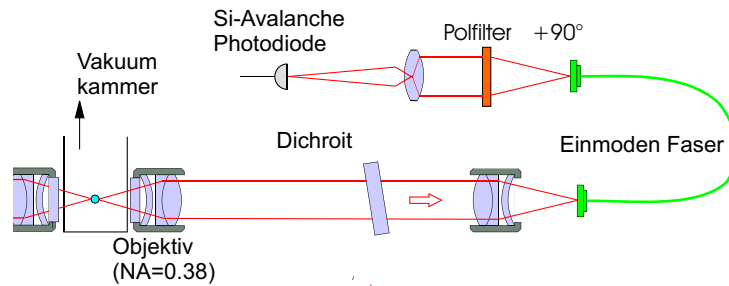


Abbildung 3.6: Skizze zur Kompensation der Beobachtungsfaser: Um die Beobachtungsfaser kompensieren zu können, wird Licht definierter Polarisation durch die Vakuummzelle in die Beobachtungsfaser eingekoppelt. Diese wird unter Zuhilfenahme eines Polfilters erzeugt. Nach der Faser wird die transmittierte Intensität durch einen zum ersten Polfilter orthogonale Polfilter bestimmt und die Faser so kompensiert, dass die transmittierte Intensität minimal ist.

der Faser kompensieren zu können. Die Photonen passieren zusätzlich zur Faser noch eine Wand der Glaszelle. Diese Wand der Glaszelle fügt noch zusätzlich Fehler in der Polarisation hinzu, da durch den atmosphärischen Druck auf die Glaszelle zusätzlich Spannungsdoppelbrechung erzeugt wird. Wenn ich im Folgenden von Erhaltung der Polarisation spreche, ist damit das System aus Zellenwand und Beobachtungsfaser gemeint.

Um die Eigenschaften der Faser bezüglich der Polarisation bestimmen zu können, wäre es wünschenswert, eine Quelle definierter Polarisation am Ort des Atoms in der Falle zu besitzen. Damit könnte man die Effekte des gesamten Systems aus Zellenwand und Faser sehr genau untersuchen. Da dies aus experimentellen Gründen nicht möglich ist, wird eine definierte Polarisation eines Testlasers durch beide Wände der Zelle in die Faser eingekoppelt und am Ende der Faser auf Erhaltung dieser Polarisation kompensiert.

Dazu stellen wir direkt vor der Glaszelle einen Polfilter (Auslöschung besser als 1:2000) unter definiertem Winkel auf. Hinter der Faser wird ein Polfilter mit der dazu orthogonalen Polarisation aufgestellt (siehe Abbildung 3.6). Daraufhin wird Referenzlicht, mit nahezu identischer Wellenlänge des emittierten Photons ($\Delta\nu = 50\text{MHz}$), eingestrahlt und die durch die gekreuzten Polfilter transmittierte Intensität mit den vier APDs bestimmt und die Faser so mit dem Polarisationcontroller kompensiert, dass die transmittierte Intensität minimiert wird. Die erreichbare Auslöschung ist typischerweise 2%, was einem Fehler in der Polarisation von 4.47% bzw einer Phase von $\Delta\alpha = 2.6^\circ$ entspricht.

Die Kompensation muss in verschiedenen Basen durchgeführt werden, da man beispielsweise eine Phase zwischen horizontaler und vertikaler Polarisation bei Kompen-

sation in der H/V-Basis nicht erkennen kann. Aus diesem Grund wurde die Kompensation in folgenden Polarisationsbasen durchgeführt: $H/V, \pm 22,5^\circ$ und $\pm 45^\circ$.

Unberücksichtigt ist hierbei, dass der Strahl nur eine Zellenwand passiert. Der Unterschied in der Polarisationskompensation besteht in einer Phase zwischen horizontaler und vertikaler Polarisation. Um diese Phase zu kompensieren, ist direkt nach der Beobachtungsfaser ein weiteres Kompensationsplättchen angebracht.

Der Strahlteiler des ersten Interferometers

Die Strahlteiler stellen besonders kritische Komponenten in Hinblick auf die Polarisationskompensation dar, da an diesem die Anteile aus den beiden unterschiedlichen Armen des Interferometers überlagert werden und die Polarisationsfehler der beiden Anteile im Allgemeinen unterschiedlich sind und es damit zu einer Mischung der Polarisationsfehler kommt. Aus diesem Grund ist es nicht ausreichend, die Polarisationsfehler nach dem ersten Durchgang durch den Strahlteiler zu kompensieren, sondern man muss sich bei der Polarisationskompensation die Phasen zwischen den beiden Ausgängen des Interferometers anschauen, und mit den theoretisch vorhergesagten vergleichen.

Wir haben in diesem Zusammenhang die Eigenschaften des Strahlteilers untersucht. Die Polarisation bleibt bei der Reflektion am Strahlteiler im Rahmen der Messgenauigkeit und bis auf die bekannten Phasensprünge zwischen horizontaler und vertikaler Polarisation erhalten, die beispielsweise eine Änderung der Eingangspolarisation von 45° zu -45° bewirken. Beim Durchgang durch den Strahlteiler beträgt der Polarisationsfehler ca. 1%, d.h. ca. ein Prozent zirkulare Polarisation wird beigemischt.

Die Polarisationskompensation dieser Fehler in der Polarisationserhaltung wird mit denen der Prismen durch Kompensationsplättchen in den Armen des ersten Interferometers erreicht.

Polarisationsfehler der Prismen im ersten Interferometer

Die Prismen sollten, vorausgesetzt die Hauptachsen des Primas stimmen mit denen des Interferometers überein, keine Polarisationsfehler erzeugen. Um den Kontrast des Interferometers zu optimieren, ist es notwendig, die Prismen durch Justage zu verkippen und somit stimmen die Hauptachsen nicht mehr überein. Die Prismen drehen eine lineare Eingangspolarisation um maximal 1%. Dieser Effekt kann nicht kompensiert werden, da die Kompensation nur eine Phase zwischen horizontaler und vertikaler Polarisation kompensiert werden kann, jedoch keine Polarisationsdrehungen (siehe folgender Abschnitt).

Polarisationskompensation des ersten Interferometers

Damit die Polarisation im ersten Interferometer erhalten bleibt, befindet sich im ersten Interferometer in den Armen des Interferometers jeweils ein Kompensationsplättchen,

die aus einem verkippten „zero order“ $\frac{\lambda}{2}$ - bzw. $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchen unter 0° bestehen. Durch Verkippen der Plättchen wird eine Phase zwischen horizontaler und vertikaler Polarisation erzeugt. Eine Kompensation von Polarisationsdrehungen ist mit dieser Methode nicht möglich.

Zur Kompensation des ersten Interferometers koppelt man Referenzlicht in das Interferometer und schaut sich die Intensitäten in den Ausgängen des Interferometers mit Hilfe eines Oszilloskops an, während die Phase des ersten Interferometers durch Variation der Armlänge (mit Hilfe der Piezzos) gescannt wird. Theoretisch, ohne Polarisationsfehler, sollten die Intensitäten \cos^2 -förmig moduliert sein und eine gegenphasige Modulation unabhängig von der Polarisation des Referenzstrahl zeigen. Durch Verkippen eines Kompensationsplättchens im ersten Interferometer, kann diese theoretisch vorhergesagte Modulation der Intensitäten erreicht werden.

Polarisationsfehler des polarisierenden Strahlteilers des zweiten Interferometer

Die polarisierenden Strahlteiler weisen ein Fehler von ca. 4-5 ‰ auf, d.h. 4-5 ‰ einer Polarisation in einem falschen Ausgang gelangen.

Außer der Selektion der polarisierenden Strahlteiler hat man keinerlei Einfluss auf diesen Fehler der Polarisationserhaltung.

Polarisationsfehler der Polarisationsanalyse

Die Strahlanalyse unter 45° besteht aus einem $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchen unter $22,5^\circ$ und einem PBS. Um eine möglichst perfekte Bell-Zustandsanalyse zu erreichen, müssen die Fehler der Polarisationsanalyse möglichst gering sein.

Es ergeben sich zwei mögliche Fehlerquellen: die Polarisationsfehler des polarisierenden Strahlteilers und die Fehler, durch ein nicht exakt auf $22,5^\circ$ justiertes $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchen. Außer der Selektion des polarisierenden Strahlteiler, hat man ansonsten keinen Einfluss auf die Fehler des Strahlteilers. Die Achse des $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchen wurde justiert, indem man vor der Strahlanalyse die Polarisation des Eichstrahles auf 45° eingestellt und das $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchen auf Auslöschung des reflektierten Strahls justiert. Der Fehler der Polarisationsanalyse beträgt ca. 1‰.

Polarisationskompensation des zweiten Interferometers

Zur Polarisationskompensation schaut man sich die Intensitäten in allen vier Ausgängen der Strahlanalysen an, während die Phase des zweiten Interferometers mit Hilfe der Piezzos gescannt wird. Analog zur Kompensation des ersten Interferometers justiert man die Kompensationsplättchen, sodass die Phasen in allen Basen minimiert werden. Es ist nicht wünschenswert, die Phase in einer Polarisation zu eliminieren, sondern die Phase gleichmäßig in allen Basen zu verteilen. Theoretisch - ohne Polarisationsfehler - sollte die Intensität in den Ausgängen 1,4 und 2,3 synchron, jedoch, 1 und 3 und

4 und 2 gegenphasig moduliert sein. Dies ist nur durch Justage der verbleibenden Kompensationsplättchen möglich, wobei die Kompensation verkoppelt ist.

3.4.5 Kontrast

Um eine Präparations hoher Präparationswahrscheinlichkeit zu erreichen, ist es notwendig, einen hohen Kontrast in den Interferometern zu erzielen.

Um den Kontrast der Interferometer wird Referenzlicht in das Interferometer eingekoppelt und die Phase durch Variation der Armlängen gescannt. Außerdem muss beim Justieren der Phase des zweiten Interferometers, das erste Interferometer geblockt werden. Zuerst schaut man sich nun das Interferenzmuster mit Hilfe einer Kamera an. Es sollte ein gleichmäßiges Interferenzmuster ohne Streifen zu erkennen sein. Dazu justiert man im ersten Interferometer mit den Prismen, im zweiten mit den Spiegel, bis das gewünschte Muster zu erkennen ist. Im Anschluss misst man die zeitliche Modulation der Intensität (mit Hilfe eines Oszilloskops) und justiert den Kontrast auf bestmögliche Auslöschung bei gleichbleibender Maximalintensität. Zur Justage des Kontrastes im zweiten Interferometer ist zu beachten, dass die Polarisation des Referenzlichtes 45° beträgt.

Es ergibt sich ein zu erreichender Kontrast im ersten Interferometer von 99% und im zweiten von über 98.5%.

3.4.6 Detektion des Photons

Die Polarisation der Photonen wird mit dem oben beschriebenen Aufbau analysiert, anschließend in eine von vier Multi-Moden-Faser eingekoppelt und zu den Detektoren geführt.

Als Einzelphotonendetektoren kommen Silizium Avalanche-Photodioden zum Einsatz. Diese zeigen eine Dunkelzählrate 360 Ereignisse pro Sekunde, wobei APD1 und 2 zusammen eine Dunkelzählrate von 140 Ereignissen pro Sekunde zeigen und APD3 und APD4 jeweils 110 Ereignisse pro Sekunde. Die Klicks der Einzelphotonendetektoren werden von einer Timestamp-Karte mit dem Zeitpunkt des Klicks versehen und von einem PC abgespeichert.

Die Zuordnung von dem Detektor, der das Photon registriert und dem Atomzustand ist in Tabelle 3.1 auf der nächsten Seite dargestellt. Registriert z.B. APD 2 das Photon, so befindet sich das Atom im Zustand

$$|\Psi\rangle_A = \frac{1}{2}(|\uparrow\rangle_x(1 + e^{i\alpha})e^{i\phi} - |\downarrow\rangle_x(1 - e^{i\alpha})) \quad (3.13)$$

3.5 Resultate

Mit dem oben beschriebenen Aufbau sind wir in der Lage, jeden beliebigen Zustand eines atomaren Q-Bits zu präparieren. Die Voraussetzungen für eine erfolgreiche Prä-

Detektor	Präparierter Zustand
1	$\frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\rangle_x(1 + e^{i\alpha})e^{i\phi} + \downarrow\rangle_x(1 - e^{i\alpha}) = (e^{i\phi - \frac{\pi}{2}} \cos \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{\alpha}{2}) \uparrow\rangle_z + (e^{i\phi - \frac{\pi}{2}} \cos \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\alpha}{2}) \downarrow\rangle_z)$
2	$\frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\rangle_x(1 + e^{i\alpha})e^{i\phi} - \downarrow\rangle_x(1 - e^{i\alpha}) = (e^{i\phi - \frac{\pi}{2}} \cos \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{\alpha}{2}) \uparrow\rangle_z - (e^{i\phi - \frac{\pi}{2}} \cos \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\alpha}{2}) \downarrow\rangle_z)$
3	$\frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\rangle_x(1 - e^{i\alpha}) + \downarrow\rangle_x e^{i\phi}(1 + e^{i\alpha}) = (e^{i\phi - \frac{\pi}{2}} \cos \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{\alpha}{2}) \downarrow\rangle_z + (e^{i\phi - \frac{\pi}{2}} \cos \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\alpha}{2}) \uparrow\rangle_z)$
4	$\frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\rangle_x(1 - e^{i\alpha}) - \downarrow\rangle_x e^{i\phi}(1 + e^{i\alpha}) = (e^{i\phi - \frac{\pi}{2}} \cos \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{\alpha}{2}) \downarrow\rangle_z + (e^{i\phi - \frac{\pi}{2}} \cos \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\alpha}{2}) \uparrow\rangle_z)$

Tabelle 3.1: Zusammenhang zwischen dem Detektor, der das Photon registriert und dem präparierten Zustand des Atoms

paration sind durch die oben beschriebene Stabilisierung, der Polarisationskompensation und der Selbstreinigung erfüllt.

Um zu zeigen, dass die Präparation funktioniert, werden wir Präparationen mehrerer Zustände auf dem von jeweils zwei Basisvektoren aufgespannten Großkreis der Blochkugel durchführen. Exemplarisch möchte ich die Präparation der Zustände auf dem durch die σ_x - und σ_z -Basis aufgespannten Großkreis vorstellen.

3.5.1 Präparation der Zustände auf dem Großkreis in der xz -Ebene der Blochkugel

Um den in Abbildung 3.7 auf der nächsten Seite dargestellten Großkreis der Blochkugel präparieren zu können, muss die Phase ϕ des zweiten Interferometers auf $\phi = 90^\circ$ eingestellt werden, während die Phase α des ersten Interferometers im Bereich $\phi = 0^\circ \dots 360^\circ$ in 30° -Schritten gescannt wird.

Der Ablauf des Experiments ist analog zur Erzeugung der Verschränkung: Vor dem eigentlichen Experiment werden die Phasen der Interferometer kalibriert und die Phasen zum Aufprägen des ersten atomaren Zustands gesetzt, was jeweils eine Minute in Anspruch nimmt. Anschließend wird ein einzelnes Atom in der Dipolfalle gefangen und die Verschränkung muss erzeugt (siehe Kapitel 2 auf Seite 15). Dazu beginnt man mit Einstrahlen der Kühl- und Rückpumpplaser, während man die Fluoreszenz beobachtet. Eine Unterscheidung, ob sich ein oder kein Atom in der Falle befindet, ist noch möglich, obwohl das Interferometer eine Transmission von 60% aufweist, da die Dunkelzählrate ca. 350 Ereignisse pro Sekunden beträgt, während ein einzelnes Atom in der Falle ca. 750 Ereignisse pro Sekunde erzeugt. Im Anschluss wird der verschränkte Atom-Photon Zustand analog zu Kapitel 2 auf Seite 15 erzeugt. Daraufhin wird der zu transferierende Zustand mit Hilfe des Interferometers auf das spontan emittierte Photon aufgeprägt und detektiert. Sobald das Photon detektiert worden ist, wird der

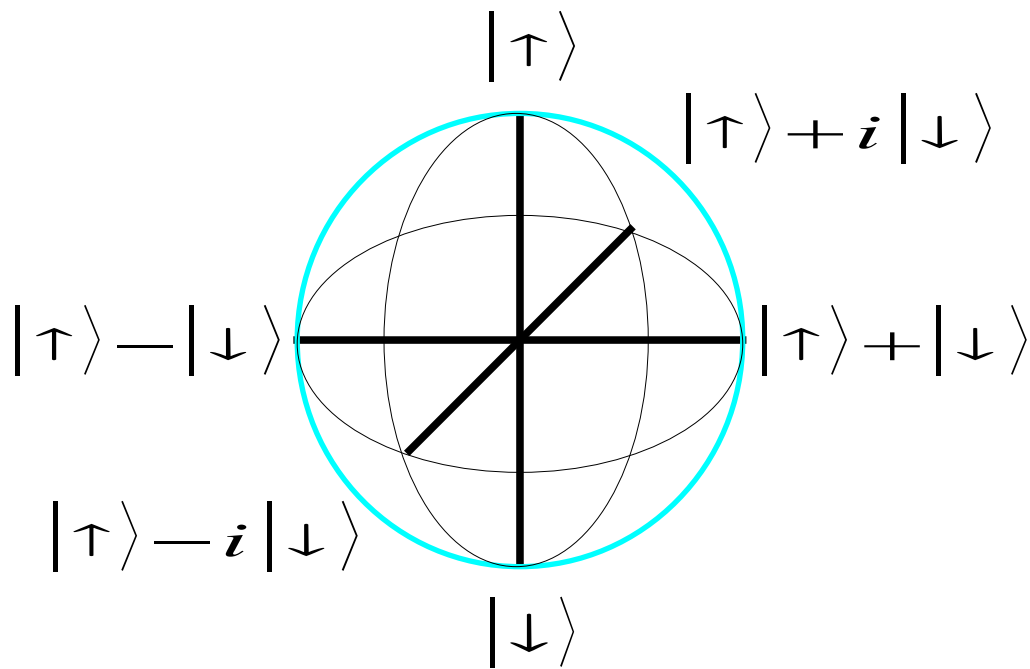


Abbildung 3.7: Dargestellt ist der Großkreis der in diesem Abschnitt exemplarisch beschriebenen Präparationen. Es werden in 30° Schritte alle atomaren Q-Bit Zustände präpariert.

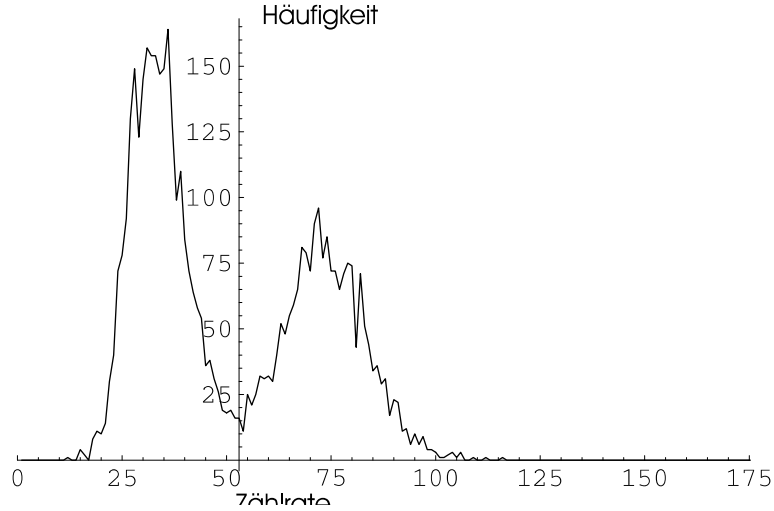


Abbildung 3.8: Histogramm der Ereignisse pro Sekunde. Es sind zwei Maxima in der Häufigkeit der Ereignisse pro 100ms zu erkennen, eines bei der Dunkelzählrate von ca. 350 Ereignissen pro Sekunde, und ein weiteres bei ca. 750 Ereignissen pro Sekunde, die durch ein einzelnes Atom in der Falle erzeugt werden.

Zustand des Atoms analysiert. Es wird eine Minute in der Einstellung der Phase gemessen. Daraufhin wird sukzessive jede Einstellung der Phase gemessen. Nachdem die Messung der 13 Einstellungen der Phase abgeschlossen ist, wird die Phase des Interferometers neu kalibriert und die Messung beginnt von neuem. Die Messung in einer atomaren Analysebasis dauert ca. 12 Stunden. Die Phasenstabilität ist während der gesamten Dauer des Experiments gegeben. Die drei Messungen in den drei Analysebasen des Atoms werden nacheinander durchgeführt. Unter der Annahme, dass das Photon von Detektor ein registriert wird, ist der atomare Zustand gegeben durch:

$$|\Psi_{\text{praepariert}}\rangle(\alpha) = (1 + e^{i\alpha})e^{i\phi}|\uparrow\rangle_x + (1 - e^{i\alpha})|\downarrow\rangle_x \quad (3.14)$$

$$= \cos\frac{\alpha}{2}|\uparrow\rangle_x + \sin\frac{\alpha}{2}|\downarrow\rangle_x \quad (3.15)$$

wobei wir $(1 + e^{i\alpha}) = 2\cos\frac{\alpha}{2}$ und $(1 - e^{i\alpha}) = 2i\sin\frac{\alpha}{2}$ verwendet wurde.

Wird das Atom in der σ_x -Basis analysiert, so ergibt sich folgende Abhängigkeit, der Wahrscheinlichkeit, das Atom im Zustand $|\uparrow\rangle_A$ vorzufinden:

$$P(|\uparrow\rangle_x, \alpha) = |\langle\Psi_{\text{praepariert}}(\alpha)|\uparrow\rangle_x|^2 = \cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (3.16)$$

Analog berechnet sich die Abhängigkeit der Wahrscheinlichkeit, das Atom im Zustand $|\uparrow\rangle_A$ zu messen, für Detektor 2 $P_{|\uparrow\rangle_A}(\alpha) = \cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)$, für Detektor 3 und Detektor 4

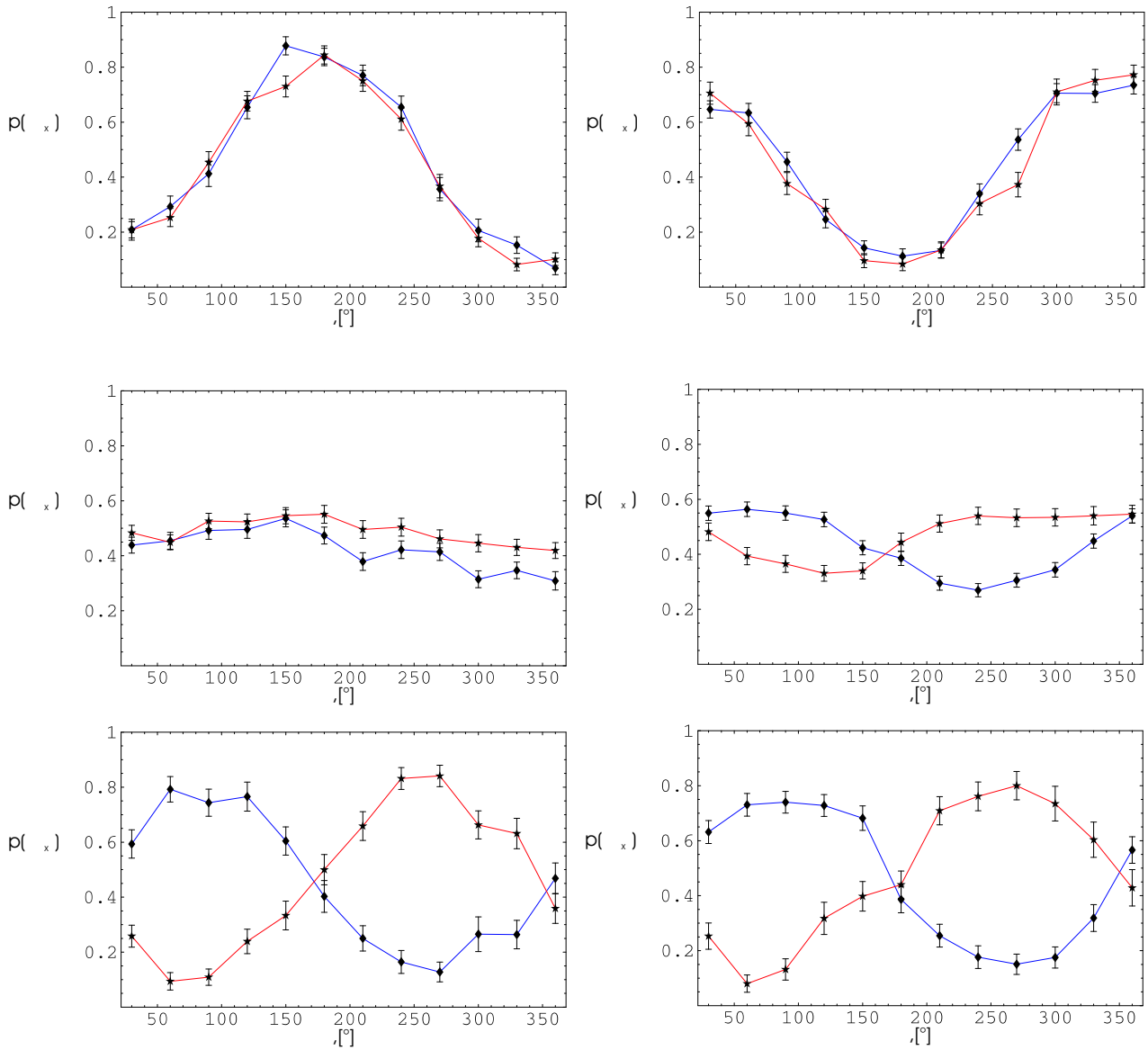


Abbildung 3.9: Wahrscheinlichkeit, dass sich das Atom im dem zur Analysebasis des Atom gehörigen Zustand befindet. In der Teilabbildung (a) ist die Wahrscheinlichkeit, das Atom im Zustand $|\downarrow_x\rangle$ vorzufinden, in Teilabbildung (b) ist die Wahrscheinlichkeit, das Atom im Zustand $|\uparrow_y\rangle$ vorzufinden, und in Teilabbildung (c) ist die Wahrscheinlichkeit, das Atom im Zustand $|\uparrow_z\rangle$ vorzufinden, dargestellt.

$P_{|\uparrow_x\rangle_A}(\alpha) = \sin^2(\frac{\alpha}{2})$. In Abbildung 3.9 auf der vorherigen Seite sind die Wahrscheinlichkeiten, den Spin des Atoms in der jeweiligen Richtung zu messen, graphisch veranschaulicht. Es ist der vorhergesagte Verlauf der Wahrscheinlichkeiten in Abhängigkeit von der Phase α des ersten Interferometers zu erkennen. Es sind jedoch zusätzlich noch Phasenverschiebungen zu erkennen, die in dieser Weise nicht vorhergesagt waren und in der nicht perfekten Polarisationserhaltung des Interferometers begründet sind. Das Funktionsprinzip der Remote-State Präparation ist an dieser Stelle schon gezeigt. Um die präparierten Zustände besser charakterisieren zu können, wurde noch eine vollständige Zustandstomographie durchgeführt, die im folgenden Kapitel beschreiben vorgestellt wird.

3.5.2 Zustandstomographie

Um die Qualität der Präparation besser beurteilen zu können, werden die Dichtematrizen und die sich daraus ergebende Präparationswahrscheinlichkeit näher betrachtet. Um die Dichtematrix des atomaren Q-Bit Zustands zu bestimmen, sind dazu drei unabhängige Messungen in den atomaren Basen σ_x, σ_y und σ_z notwendig. Die Dichtematrix lässt in der durch die Identität und die drei Pauli Operatoren aufgespannten Basis wie folgt darstellen (siehe Abschnitt 1.2 auf Seite 5):

$$\rho = \frac{1}{2}(1 + a\sigma_x + b\sigma_y + c\sigma_z) \quad (3.17)$$

wobei a,b und c durch die jeweiligen Erwartungswerte des Spins gegeben sind:

$$a = \langle \sigma_x \rangle \quad (3.18)$$

$$b = \langle \sigma_y \rangle \quad (3.19)$$

$$c = \langle \sigma_z \rangle \quad (3.20)$$

Die in Abbildung 3.9 auf der vorherigen Seite gezeigten Messungen bilden einen topographischen Satz an Messungen, aus denen sich die Dichtematrix bestimmen lässt. Die Dichtematrix des oben beschriebenen Zustands ist in Abbildung 3.10 und Abbildung 3.11 dargestellt. Um die Reinheit der erzeugten Zustände beurteilen zu können, wurde die Präparationswahrscheinlichkeit durch Berechnung des Überlapp des präparierten Zustände mit dem theoretisch vorhergesagten Zustand gemäß Formel 1.11 auf Seite 4 berechnet.

Durch Mittelung der Präparationswahrscheinlichkeiten aller vier Detektoren erhält man für jeden Wert von ϕ eine mittlere Präparationswahrscheinlichkeit. Diese sind in Abbildung 3.12 auf Seite 53 dargestellt. Daraus errechnet sich eine mittlere Präparationsgüte von 0.84 ± 0.02 .

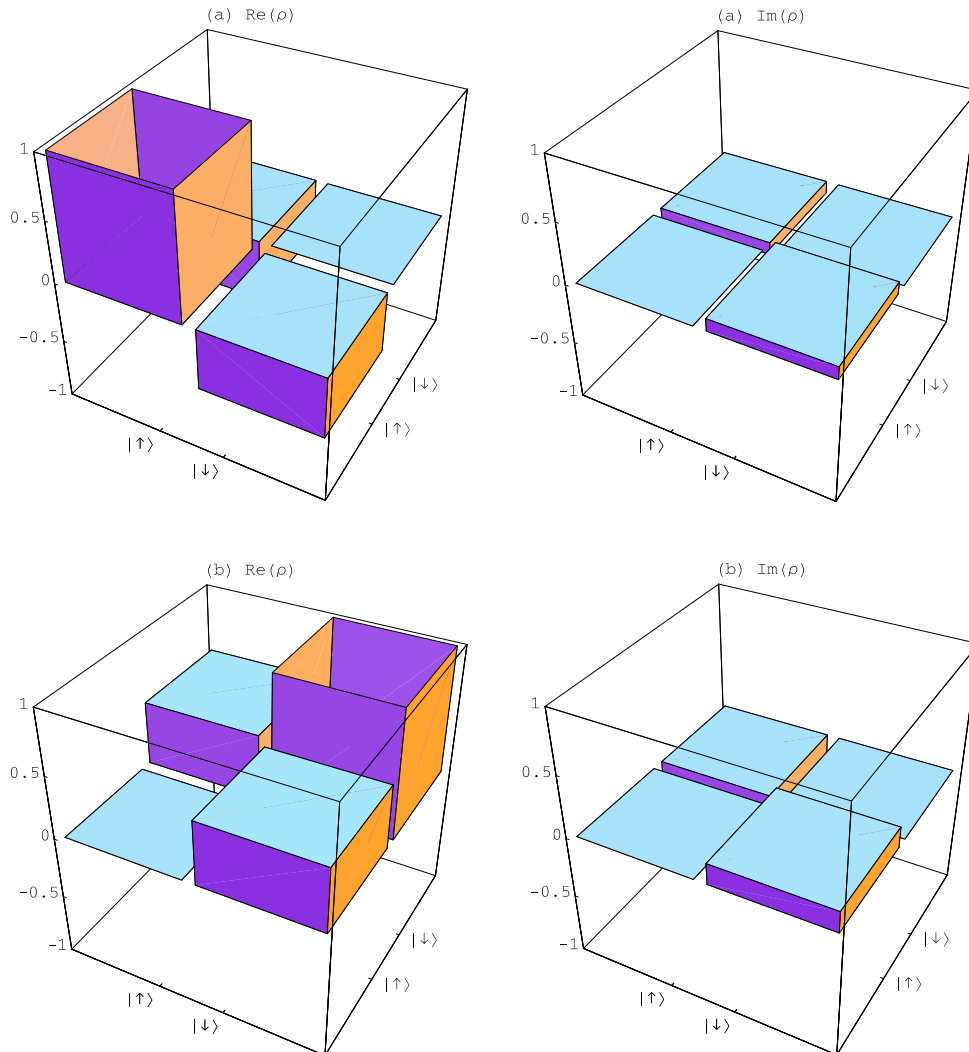


Abbildung 3.10: Dichtematrizen der Präparation der Zustände auf einem Großkreis der Blochkugel. Die Dichtematrizen der Präparation auf dem Großkreis in der xz -Ebene der Blochkugel in allen drei Atombasen analysiert. In Teilabbildung (a) ist der Real- und der Imaginärteil der Dichtematrix, der durch Detektion des Photons auf Detektor 1, in Teilabbildung (b), der durch Detektion des Photons auf Detektor 2, präparierte atomare Zustand dargestellt.

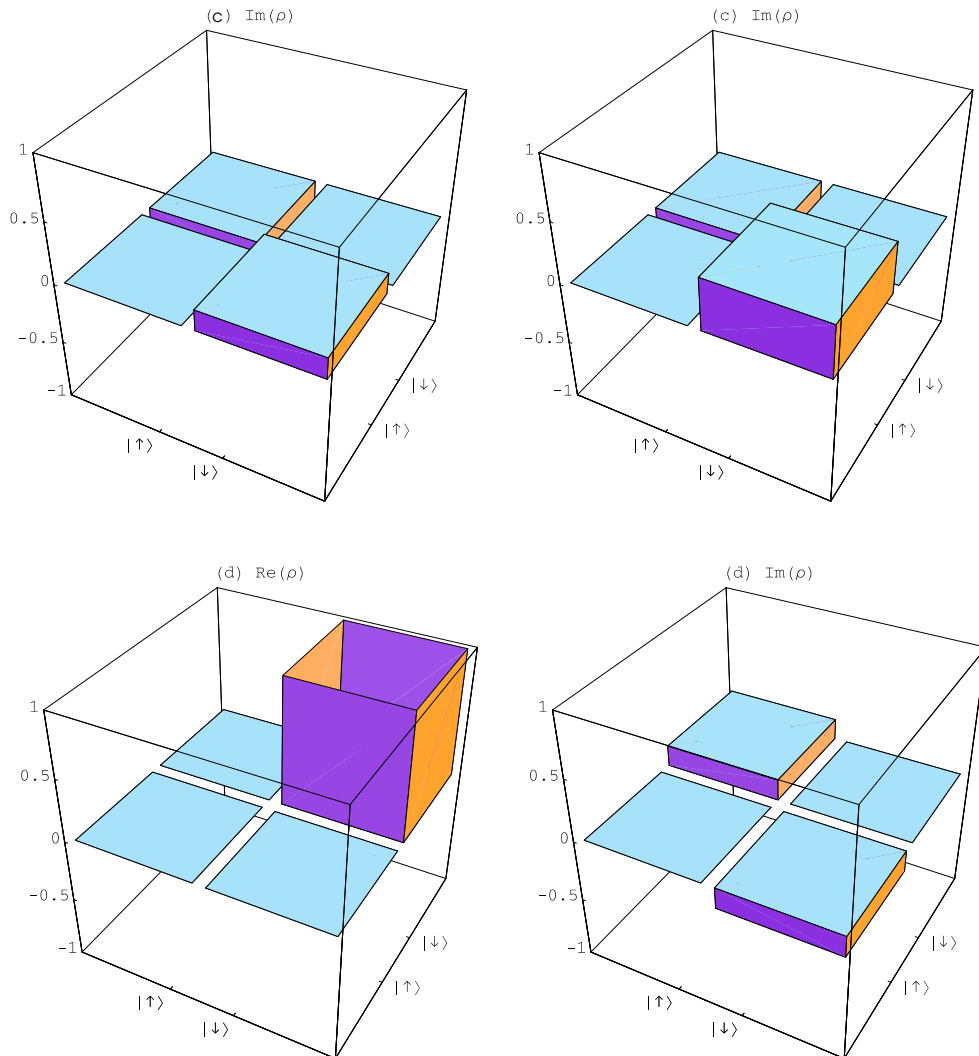


Abbildung 3.11: Dichtematrizen der Präparation der Zustände auf einem Großkreis der Blochkugel. Die Dichtematrizen der Präparation auf dem Großkreis in der xz -Ebene der Blochkugel in allen drei Atombasen analysiert. In Teilabbildung (a) ist der Real- und der Imaginärteil der Dichtematrix, der durch Detektion des Photons auf Detektor 3, in Teilabbildung (b), der durch Detektion des Photons auf Detektor 4, präparierte atomare Zustand dargestellt.

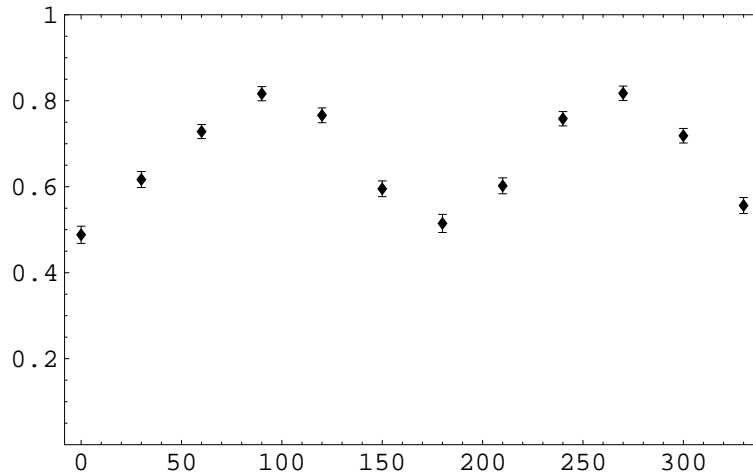


Abbildung 3.12: Dargestellt sind die mittleren Präparationswahrscheinlichkeiten für jeden Präparationspunkt gemittelt über alle vier Detektoren.

Die Fehlerquellen dieses Experiments sind, der nicht perfekte Kontrast der Interferometer, eine nicht perfekte Polarisationserhaltung in den beiden Interferometern, sowie eine Fidelity von 0.87 des verschränkten Zustand. Die Phasenstabilität fügt einen Fehler in der Größenordnung von 1% hinzu, der Kontrast durch beiden Interferometer hindurch, beträgt 95%. Die beiden Fehler sind im Vergleich zu den Fehlern, die durch die Fehler durch Polarisationsdrehungen des Interferometers zu vernachlässigen, wobei dieser Fehler nicht zu quantifizieren ist. Die begrenzte Fidelity des verschränkten Atom-Photon Zustand kann man in der Präparationswahrscheinlichkeit berücksichtigen. Es ergibt sich eine korrigierte Präparationswahrscheinlichkeit von $95 \pm 3\%$.

3.6 Zusammenfassung

Mit dem oben beschriebenen Aufbau sind wir in der Lage, jeden beliebigen Zustand eines atomaren Q-Bits zu präparieren. Um das Funktionsprinzip der Remote-State Präparation zu zeigen, wurden mehrere Zustände, die auf Großkreisen der Blochkugel liegen, präpariert und die zugehörigen Dichtematrizen bestimmt. Auf diese Weise haben wir eine mittlere Präparationswahrscheinlichkeit von $95 \pm 3\%$ erreicht.

4 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde die experimentelle Durchführung des Remote-State Präparation Protokolls vorgestellt, mit dessen Hilfe ein auf den räumlichen Moden eines Photons aufgeprägter Zustand auf ein atomares Qubit transferiert wurde.

Grundvoraussetzung dafür ist es, einen verschränkten Atom-Photon Zustand herzustellen. Dieser wird in unserem Experiment beim Zerfall eines angeregten Niveaus eines ^{87}Rb -Atoms erzeugt, bei dem die Polarisation des spontan emittierten Photons mit dem internen Zustand des Atoms aufgrund der Drehimpulserhaltung verschränkt wird.

Um mit Hilfe der Remote-State Präparation den Zustand des Atoms zu präparieren, muss der gewünschte Zustand auf die räumliche Mode des emittierten Photons aufgeprägt werden. Dies wird mit einem doppelten Mach-Zehnder Interferometer realisiert. Durch das erste Interferometer wird das Photon in zwei räumliche Moden $|a\rangle$ und $|b\rangle$ mit beliebig einstellbarem Amplitudenverhältnis aufgespalten. Die relative Phase des zu transferierenden Zustands ist durch den Weglängenunterschied im zweiten Interferometer festgelegt. Nach dem Aufprägen des Freiheitsgrads wird eine vollständige Bell-Zustandsanalyse des Photons in der gemeinsamen Polarisation/räumliche Moden Freiheitsgrads durchgeführt. Dabei wird analog zum Quantenteleportationsprotokoll der Zustand des Photons auf das Atom transferiert.

Zur Quantifizierung der Effizienz der Remote-State Präparation, wurden mit ihrer Hilfe verschiedene atomare Zustände präpariert und anschließend eine vollständige Zustandstomographie des Atoms durchgeführt. Im Mittel wurde der Zustand des Atoms in 82% aller Fälle korrekt präpariert. Berücksichtigt man noch Fehler der atomaren Zustandsdetektion, so ergibt sich eine Präparationseffizienz von 90%.

Ausblick

Die in dieser Arbeit vorgestellte experimentelle Realisierung der Remote-State Präparation ist ein wichtiges Bindeglied zwischen dem auf Atomen basierenden Quantenspeichern und die mit Photonen arbeitene Quantenkommunikation. Ich möchte im Folgenden auf zwei Anwendungen, die eine Erweiterung des in dieser Arbeit vorgestellten Experiments sind, näher eingehen: die Teleportation eines externen photonischen Polarisationszustands auf ein atomares Q-Bit und den Verschränkungs austausch in einem System bestehend aus zwei verschränkten Atom-Photon Paaren.

Bei der Teleportation dieses externen photonischen Zustands teilen sich Alice und Bob analog zur Teleportation einen verschränkten Atom-Photon Zustand, wobei Alice in

Besitz des Photons und eines zusätzlichen unbekanntes externen Photons ist. Sie führt nun eine Bell-Messung im Polarisationsraum der beiden Photonen durch und teilt das Ergebnis dieser Messung Bob mit. Entsprechend Alices Messergebnis führt Bob nun eine von vier universellen unitären Transformationen durch um den unbekanntes photonischen Zustand auf dem Atom zu rekonstruieren. Da eine vollständige Bell-Zustandsanalyse von zwei Photonen mit linearen optischen Mittel nicht möglich ist, ist somit nur eine probabilistische Teleportation möglich.

Der Verschränkungstransfer ist eine interessante Fortführung des Teleportationsprotokolls. Dabei ist das zu teleportierende Photon ebenfalls Teil eines verschränkten Zustands, wodurch die ursprüngliche Atom-Photon Verschränkung auf die Atome transferiert wird und ein verschränkter Zustand zwischen Atomen, die nicht direkt miteinander wechselwirken, erzeugt wird. Mit diesem Protokoll ist es möglich Quantenspeicher über große Distanzen miteinander zu verschränken, weshalb dieses Schema den essentiellen Grundbaustein zukünftiger Quantennetzwerke darstellt.

Desweiteren stellt die Erzeugung von Verschränkung zwischen entfernten Atomen ein wichtiges Hilfsmittel dar für Grundlagenexperimente zur Quantenmechanik um alternative (lokal realistische) Theorien auszuschließen.

Anhang A

Rechnungen zum Interferometer und zur Remote-State Präparation

A.1 Transformationsmatrizen

Um die von den einzelnen Detektoren präparierten Zustände formal berechnen zu können, benötigt man die Transformationsmatrizen der in dem Interferometer verwendeten Komponenten.

Die Photon-Zustände werden in der folgenden Notation formal ausgedrückt:

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} H_a \\ H_b \\ V_a \\ V_b \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

wobei mit a und b zwei räumliche Moden beispielweise die Eingangsmoden eines Strahlteiler (siehe Abbildung A.1 auf der nächsten Seite) bezeichnet werden.

Die Transformationsmatrix eines 50:50 Strahlteilers ist folgendermaßen definiert:

$$\hat{U}_{BS} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

Für einen polarisierenden Strahlteiler ergibt sich folgende Matrix:

$$\hat{U}_{PBS} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

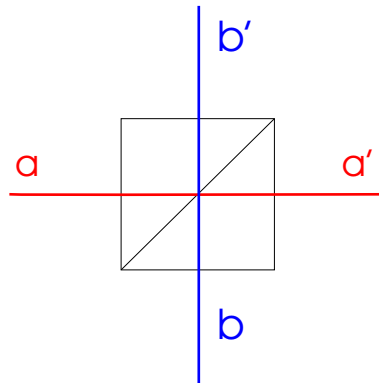


Abbildung A.1: Definition der Ortsmoden $|a\rangle$ und $|b\rangle$ sowie $|a'\rangle$ und $|b'\rangle$ der Strahlteiler. $|a\rangle$ und $|b\rangle$ bezeichnen die beiden Eingänge der Strahlteiler, $|a'\rangle$ und $|b'\rangle$ die Ausgänge. Diese Notation liegt den Strahlteilermatrizen und der Berechnung des Interferometers zu Grunde.

Außerdem muss man noch Phasen α zwischen zwei Armen eines Interferometers hinzufügen können. Dies kann man durch folgende Matrix ausdrücken:

$$\hat{U}_{Phase} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{i\alpha} \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

A.2 Berechnung der präparierten Zustände

Die Remote-State Präparation wird in unseren Experiment durch ein doppeltes Mach-Zehnder Interferometer realisiert (siehe Abbildung A.2 auf der nächsten Seite). Mit den oben vorgestellten Transformationsmatrizen, ist man in der Lage, das Interferometer zur Remote-State Präparation und damit die präparierten Zustände in Abhängigkeit von dem Detektor, welcher das Photon registriert hat, formal zu berechnen.

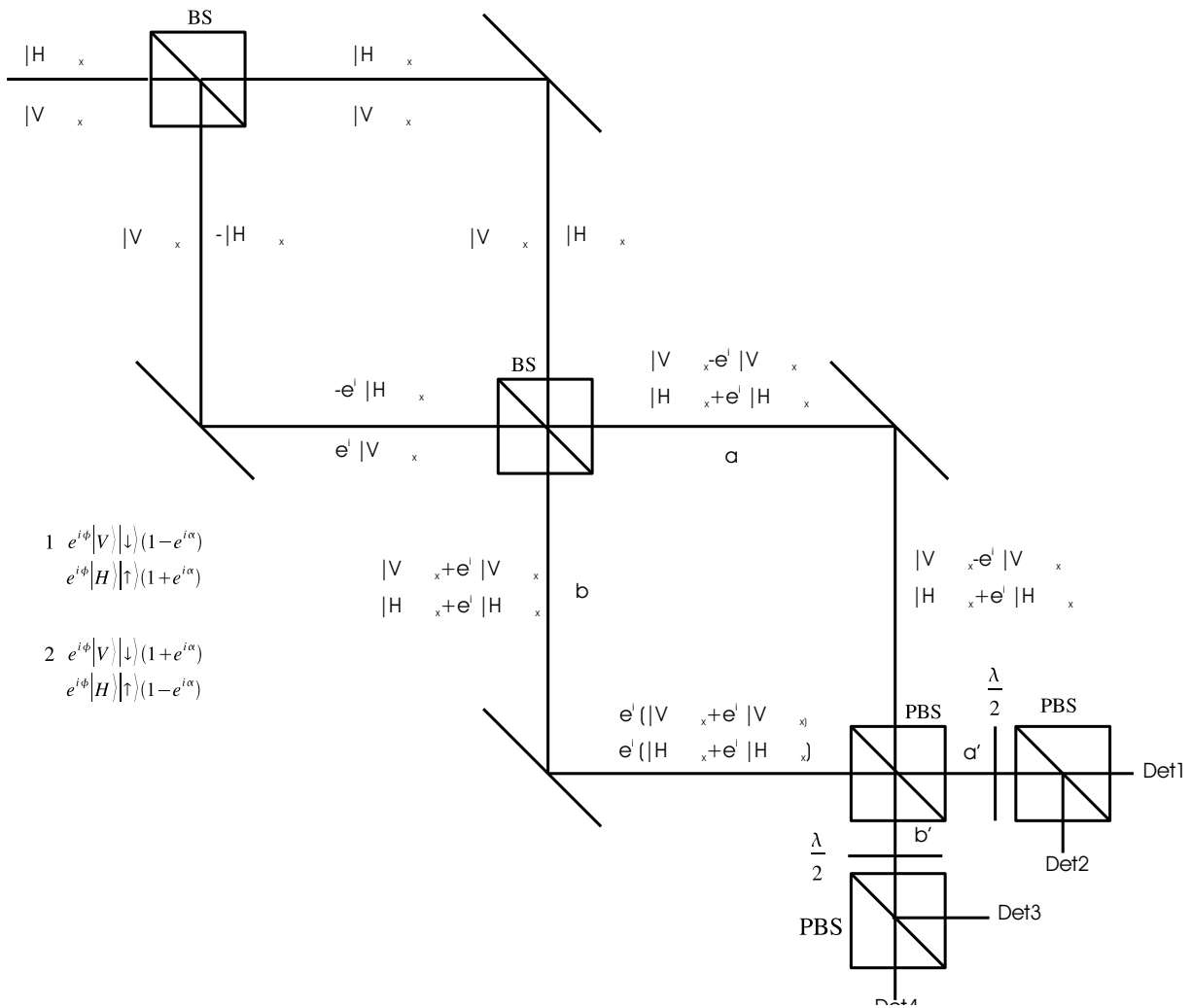


Abbildung A.2: Schematische Skizze zur Realisierung der Remote-State Präparation. Eine mögliche Realisierung der Remote-State Präparation ist die Aufprägung des zu präparierenden Zustand durch ein doppeltes Mach-Zehnder Interferometer.

Der Ausgangszustand nach Formel 2.2 auf Seite 16 ist der folgende:

$$|\Psi\rangle_{AP} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1, -1\rangle_A |\sigma^+\rangle_P + |1, 1\rangle_A |\sigma^-\rangle_P) \quad (\text{A.5})$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow_x\rangle_A |H\rangle_P + |\downarrow_x\rangle_A |V\rangle_P) \quad (\text{A.6})$$

Unter Verwendung der Korrelationen, dem Skalarprodukt und der Annahme, dass das vom Atom emittierte Photon in der Ortsmode $|a_0\rangle$ befindet, kann man diesen Atom-Photon Zustand folgendermaßen ausdrücken:

$$|\Psi\rangle_{AP} = \frac{1}{\sqrt{2}} \langle H_{a_0} | |\Psi\rangle_{AP} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \langle V_{a_0} | |\Psi\rangle_{AP} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.7})$$

Diese Schreibweise ist Analogie zur Zerlegung eines Vektors in Basisvektoren. Es gilt also:

$$\vec{b}_{AP} = \begin{pmatrix} |\uparrow_x\rangle_A \\ 0 \\ |\downarrow_x\rangle_A \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.8})$$

Nach dem Strahlteiler ergibt sich:

$$\vec{b}_{AP1} = \begin{pmatrix} |\uparrow_x\rangle_A \\ -|\uparrow_x\rangle_A \\ |\downarrow_x\rangle_A \\ |\downarrow_x\rangle_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\uparrow_x\rangle_A \\ 0 \\ |\downarrow_x\rangle_A \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.9})$$

Nach dem Setzen der Phase im ersten Interferometer gilt:

$$\vec{b}_{AP2} = \begin{pmatrix} |\uparrow\rangle \\ -e^{i\alpha} |\uparrow_x\rangle_A \\ |\downarrow_x\rangle_A \\ e^{i\alpha} |\downarrow_x\rangle_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{i\alpha} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\uparrow_x\rangle_A \\ -|\uparrow_x\rangle_A \\ |\downarrow_x\rangle_A \\ |\downarrow_x\rangle_A \end{pmatrix} \quad (\text{A.10})$$

Es folgt ein Strahlteiler:

$$b_{AP3}^{\rightarrow} = \begin{pmatrix} |\uparrow_x\rangle_A(1 + e^{i\alpha}) \\ |\uparrow_x\rangle_A(1 - e^{i\alpha}) \\ |\downarrow_x\rangle_A(1 + e^{i\alpha}) \\ |\downarrow_x\rangle_A(e^{i\alpha} - 1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\uparrow_x\rangle_A \\ -e^{i\alpha}|\uparrow_x\rangle_A \\ |\downarrow_x\rangle_A \\ e^{i\alpha}|\downarrow_x\rangle_A \end{pmatrix} \quad (\text{A.11})$$

Das erste Interferometer stellt einen polarisationsunabhängigen, einstellbaren Strahlteiler dar. Mit diesem Aufbau wurde das Photon in zwei Ortsmoden $|a\rangle$ und $|b\rangle$ aufgespalten. Um einen allgemeinen Zustand präparieren zu können, muss eine Phase ϕ zwischen den räumlichen Moden $|a\rangle$ und $|b\rangle$ hinzugefügt werden.

Nach dem Hinzufügen der Phase im zweiten Interferometer folgt:

$$b_{AP4}^{\rightarrow} = \begin{pmatrix} |\uparrow_x\rangle_A(1 + e^{i\alpha}) \\ e^{i\phi}|\uparrow_x\rangle_A(1 - e^{i\alpha}) \\ |\downarrow_x\rangle_A(1 + e^{i\alpha}) \\ e^{i\phi}|\downarrow_x\rangle_A(e^{i\alpha} - 1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\phi} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{i\phi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\uparrow_x\rangle_A \\ -e^{i\alpha}|\uparrow_x\rangle_A \\ |\downarrow_x\rangle_A \\ e^{i\alpha}|\downarrow_x\rangle_A \end{pmatrix} \quad (\text{A.12})$$

Es folgt eine Bell-Zustandsanalyse im kombinierten Ortsmoden/Polarisationsraum des Photons. Diese kann experimentell durch Kombination der beiden Moden $|a\rangle$ und $|b\rangle$ an einem polarisierenden Strahlteiler und darauffolgender Polarisationsanalyse unter $\pm 45^\circ$ realisiert werden.

Der anfängliche Zustand aus Gleichung A.8 auf der vorherigen Seite ist überführt worden in folgenden Zustand nach dem zweiten Interferometer:

$$\begin{aligned} |\Psi_{in}\rangle &= |H\rangle_P|\uparrow_x\rangle_A + |V\rangle_P|\downarrow_x\rangle_A \\ &\rightarrow (|H\rangle_P|\uparrow_x\rangle_A(1 + e^{i\alpha})e^{i\phi} + |V\rangle_P|\downarrow_x\rangle_A(1 - e^{i\alpha})e^{i\phi})|b\rangle \\ &\quad (|H\rangle_P|\uparrow_x\rangle_A(1 - e^{i\alpha}) + |V\rangle_P|\downarrow_x\rangle_A(1 + e^{i\alpha}))|a\rangle \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Im Folgenden soll gezeigt werden, dass man mit der oben erwähnten Kombination aus einem polarisierenden Strahlteiler gefolgt von einer Polarisationsanalyse unter 45° , eine vollständige Bell Zustandsanalyse in dem durch Polarisation und Ortsmode aufgespannten 4-dimensionalen Hilbertraum durchgeführt werden kann.

Die Bell-Zustände in diesem Raum lauten:

$$|\Psi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle|a\rangle \pm |V\rangle|b\rangle) \quad (\text{A.14})$$

$$|\Phi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|V\rangle|a\rangle \pm |H\rangle|b\rangle) \quad (\text{A.15})$$

wobei $|a\rangle$ und $|b\rangle$ die beiden Ortsmoden sind.

Die beiden Zustände $|\Psi^\pm\rangle$ und $|\Phi^\pm\rangle$ werden durch den polarisierenden Strahlteiler

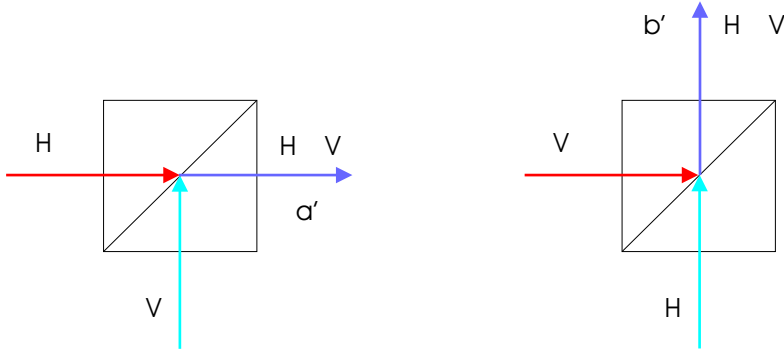


Abbildung A.3: Bell-Zustandsanalyse erster Teil. Die beiden Bell-Zustände $|\Psi^\pm\rangle$ und $|\Phi^\pm\rangle$ lassen sich durch einen polarisierenden Strahlteiler unterscheiden. Der Zustand $|\Psi^\pm\rangle$ wird durch den polarisierenden Strahlteiler in $|\pm 45^\circ\rangle$ und der Zustand $|\Phi^\pm\rangle$ in $|\mp 45^\circ\rangle$ überführt.

Detektor	Zustand
1	$ \uparrow_x\rangle(1 + e^{i\alpha})e^{i\phi} + \downarrow_x\rangle(1 - e^{i\alpha})$
2	$ \uparrow_x\rangle(1 + e^{i\alpha})e^{i\phi} - \downarrow_x\rangle(1 - e^{i\alpha})$
3	$ \uparrow_x\rangle(1 - e^{i\alpha})e^{i\phi} + \downarrow_x\rangle(1 + e^{i\alpha})$
4	$ \uparrow_x\rangle(1 - e^{i\alpha})e^{i\phi} - \downarrow_x\rangle(1 + e^{i\alpha})$

Tabelle A.1: Zuordnung der atomaren Zustände zu den Detektoren, durch die das Photon nachgewiesen wurde.

getrennt, da die Zustände $|\Psi^\pm\rangle$ gelangen in den „Port“ a' während die Zustände $|\Phi^\pm\rangle$ in den „Port“ b' gelangen (siehe Abbildung A.3).

Die Bellzustände $|\Psi^\pm\rangle$ sind in den $|\pm 45^\circ\rangle$ Polarisationszustand überführt worden, während der Zustand $|\Phi^\pm\rangle$ in den $|\mp 45^\circ\rangle$ Polarisationszustand überführt wurde. Mit einer nachfolgenden Strahlanalyse unter 45° ist man in der Lage alle vier Bellzustände zu unterscheiden.

Daraus ergibt sich der in Tabelle A.1 dargestellte Zusammenhang zwischen dem Zustand des Atoms und dem Detektor, der das Photon registriert hat. Wurde das Photon beispielsweise von Detektor 2 registriert, so befindet sich Atom im Zustand $(1 + e^{i\alpha})e^{i\phi}|\uparrow\rangle_x - (1 - e^{i\alpha})|\downarrow\rangle_x$. Damit ist gezeigt worden, dass man mit einer Kombination aus polarisierendem Strahlteiler gefolgt von einer Polarisationsanalyse unter 45° eine vollständige Bell-Zustandsanalyse des durch Impuls/Polarisationsraum aufgespannten 4-dimensionalen Hilbertraum vollständig möglich ist. Außerdem wurde die Zuordnung der präparierten Zustände zu den Detektoren in der Bell-Zustandsanalyse formal berechnet.

Anhang B

Rechnungen zur Kontrolle der Phase im Interferometer

Zum Setzen der Phase wurde dem Interferometer ein drehbares Glasplättchen mit Brechungsindex n hinzugefügt. Ich möchte im Folgenden die den optischen Weglängenunterschied in Abhängigkeit vom Winkel γ des Gläsplättchens berechnen. Die Situation ist in Abbildung B.1 dargestellt. Ein Glasplättchen der Dicke d mit einem Brechungsindex n wird von einem Laserstrahl passiert. Für den Weglängenunterschied gilt:

$$\Delta s = n(s_2 - s_1) + s_3 \quad (\text{B.1})$$

mit:

$$s_1 = \frac{d}{\cos \gamma} \quad (\text{B.2})$$

$$s_2 = \frac{d}{\cos \epsilon} s_3 = d \cdot (\tan \gamma - \tan \epsilon) \cdot \sin \alpha \quad (\text{B.3})$$

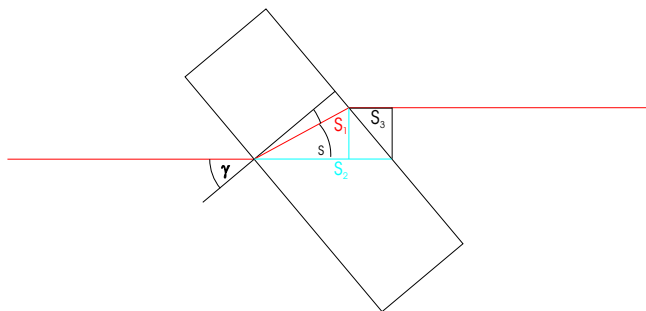


Abbildung B.1: Skizze zur Berechnung des optischen Weglängenunterschieds beim Durchgang durch eine Glassplatte der Dicke d und dem Winkel γ .

s_3 lässt sich noch auf folgende Weise vereinfachen:

$$s_3 = d(\tan \gamma - \tan \epsilon) \cdot \sin \gamma \quad (\text{B.4})$$

$$= d \left(\frac{\sin \gamma}{\cos \gamma} - \frac{\frac{1}{n} \sin \gamma}{\cos \epsilon} \right) \sin \gamma \quad (\text{B.5})$$

$$= d \sin^2(\gamma) \left(\frac{1}{\cos \gamma} - \frac{1}{n \cdot \sqrt{1 - \frac{\sin^2(\gamma)}{n^2}}} \right) \quad (\text{B.6})$$

Daraus folgt für Δs :

$$\Delta s = n \cdot d \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2(\gamma)}{n^2}}} - \frac{1}{\cos \gamma} \right) + d \cdot \sin^2(\gamma) \left(\frac{1}{\cos \gamma} - \frac{1}{n \cdot \sqrt{1 - \frac{\sin^2(\gamma)}{n^2}}} \right) \quad (\text{B.7})$$

Anhang C

Eigenschaften des Rubidium 87

Rubidium-87 Daten

Kernladungszahl	Z	37
Kernspin	I	$3/2$
Masse	m	$1.443 \cdot 10^{-25}$ kg
natürlicher Isotopenanteil	$\eta(^{87}\text{Rb})$	27.8%
Halbwertszeit	τ	$4.88 \cdot 10^{10}$ yr

Daten der D_2 -Linie

Wellenlänge im Vakuum	λ_0	780.032 nm
Frequenz	ω_0	$2\pi \cdot 384.230$ THz
Lebensdauer	τ	26.2 ns

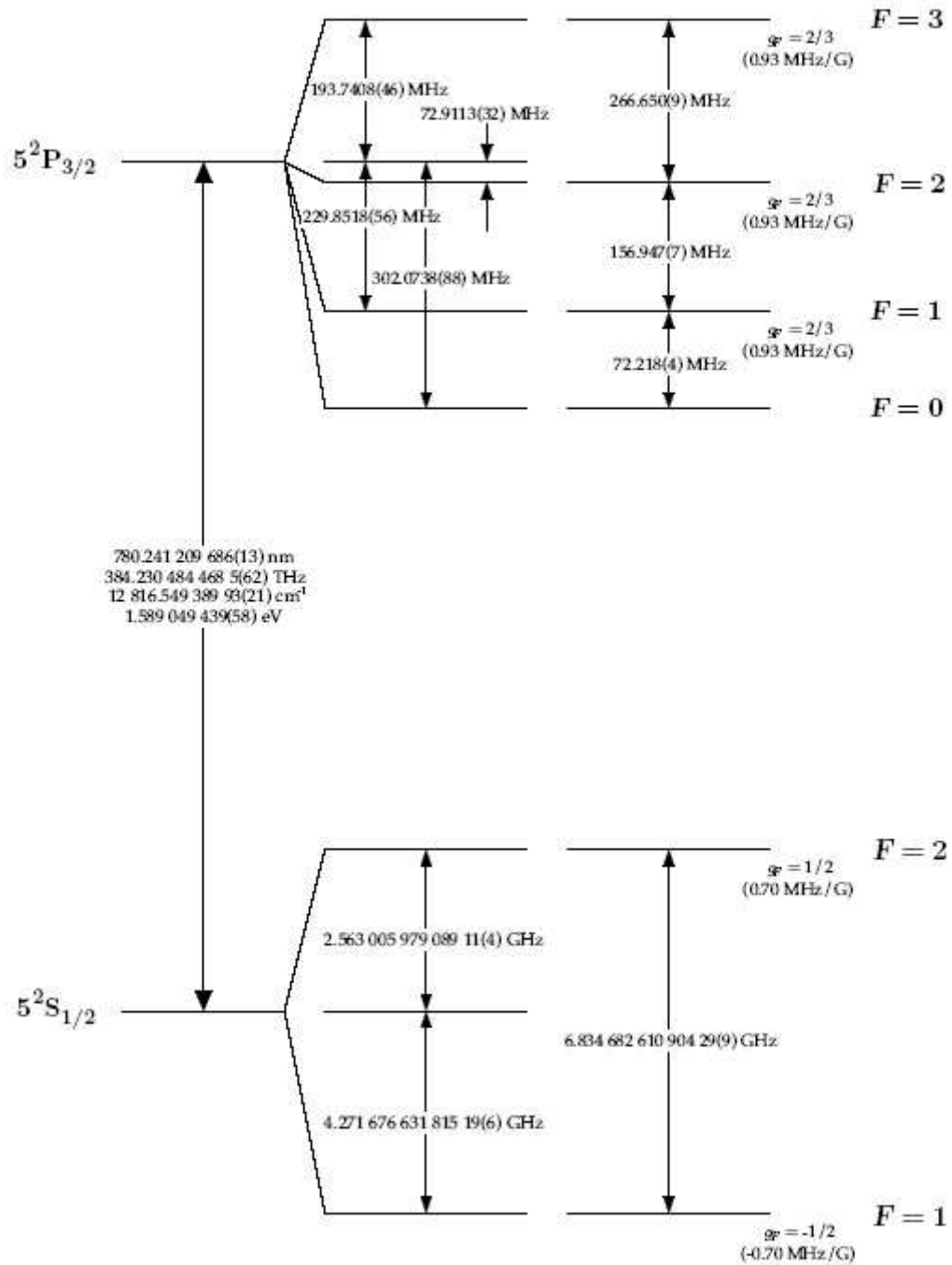


Abbildung C.1: Termschema der D_2 -Linie des Rubidium-87

Literaturverzeichnis

- [1] T. Mayer-Kuckuk, Atomphysik Teubner Studienbücher 1997
- [2] Hermann Haken, Hans Chr. Wolf, Atom- und Quantenphysik, Springer (2003)
- [3] Michael A. Nielsen, Isaac L. Chuang, Quantum Computation and Quantum Information Cambridge Press (2002)
- [4] Daniel F. V. James, Paul G. Kwiat, William J. Munro, und Andrew G. White, Measurement of qubits, Phys. Rev. A 64, 052312, (2001)
- [5] Dagmar Bruß, Skript zur Quanteninformationstheorie, Universität Düsseldorf, (2005)
- [6] Charles H. Bennett, Quantum cryptography using any two nonorthogonal states, Phys. Rev. Lett. 68, 3121-3124 (1992)
- [7] Brian Julsgaard, Jacob Sherson, J. Ignacio Cirac, Jaromír Fiurás Caronek und Eugene S. Polzik, Experimental demonstration of quantum memory for light, Nature 432, 482-486 (2004)
- [8] Matsukevich D., Kuzmich, A Quantum state transfer between matter and light, Science 306, 663-666 (2004)
- [9] J. Volz, M. Weber, D. Schlenk, W. Rosenfeld, J. Vrana, K. Saucke, C. Kurtsiefer, H. Weinfurter, Observation of Entanglement of a Single Photon with a Trapped Atom, Phys. Rev. Lett. 96, 030404 (2006)
- [10] M. Riebe et al., Deterministic quantum teleportation with atoms, Nature 429, 734-737 (2004)
- [11] M. D. Barrett et al., Deterministic quantum teleportation of atomic qubits, Nature 429, 737-739 (2004)
- [12] Sandu Popescu, quant-ph/9501020 (1994)
- [13] A. Furusawa, Unconditional quantum teleportation, Science 282, 706-709 (1998)
- [14]

- [15] M. Michler, K. Mattle, H. Weinfurter and A. Zeilinger, Interferometric Bell-State Analysis, *Phys. Rev. A*, 53, p. R1209, (1996)
- [16] Bennett et al., *Phys. Rev. Lett.* 70, 1895 (1993)
- [17] W. Wootters, W. Zurek, *Nature* 299, 802 (1982)
- [18] Daniel Schlenk, Diplomarbeit Atom-Photon-Verschränkung, Dezember 2004
- [19] D. E. Pritchard, E. L. Raab, und V. Bagnato Light Trap using Spontaneous Forces, *Phys. Rev. Lett.* 53, 310
- [20] Trapping of Neutral Sodium Atom with Radiation Pressure, *Phys Rev. Lett.* 53, Nr 23
- [21] Jürgen Vols, Dissertation, noch nicht veröffentlicht
- [22] Markus Weber, Dissertation LMU, (2005)
- [23] N.Schlosser, G. Reymond, I. Protsenko und P. Grangier, Sub -poissonian loading of single atoms in a microscopic dipole trap, *Nature* ,411:1024, (2002)
- [24] N.Schlosser, G. Reymond und P. Grangier Collisional Blockade in Microscopic Optical Dipole Traps, *Phys Rev. Lett.* 89:023005, (2002)
- [25] R. G. Unanyan, M. Fleischhauer, B. W. Shore, and K. Bergmann. Robust creation and phase-sensitive probing of superposition states via stimulated Raman adiabatic passage (STIRAP) with degenerate dark states. *Opt. Commun.*, 155:144, (1998)
- [26] J. R. Kuklinski, U. Gaubatz, F. T. Hioe, and K. Bergmann. Adiabatic population transfer in a three-level system driven by delayed laser pulses. *Phys. Rev. A*, 40:6741, (1989)
- [27] Karen Saucke, Diplomarbeit, (2002)
- [28] Johannes Vrana, Diplomarbeit, (2004)
- [29] D. Bouwmeester et al., *Nature* 390,575 (1997)
- [30] D. Boschi et al., *Phys. Rev. Lett.* 80, 1121 (1998)
- [31] N. Lütkenhaus, J. Calsamiglia, K. Suominen, *Phys. Rev. A* 59, 3295 (1999).
- [32] Markus Michler, Dissertation Universität Innsbruck, (????)
- [33] H.J. Metcalf, P.v.Straten, *Laser Cooling and Trapping*, Springer, New York, Berlin, Heidelberg(1999)

- [34] N. Schlosser et al., Phys. Rev. Lett. 89,023005 (2002)
- [35] N. Schlosser et al., Nature 411,1024 (2002)
- [36] Markus Weber, Jürgen Volz, Karen Saucke, Christian Kurtsiefer und Harald Weinfurter, Single Photons from Single Atoms for Quantum, Communication.
- [37] John David Jackson, Klassische Elektrodynamik, De Gruyter, (2002)