

**LMU**

Isabel Krebs

**Erzeugung und Analyse von  
Hyperentanglement mit einem  
Michelson-Interferometer**

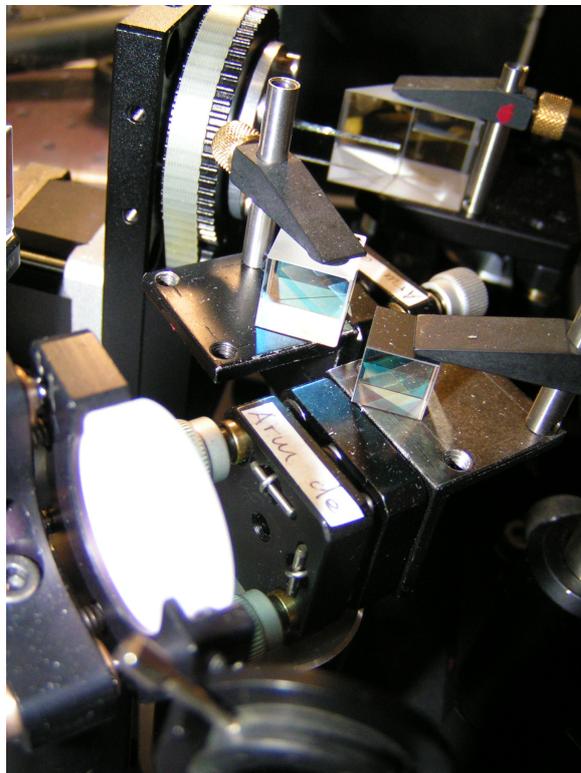
BACHELORARBEIT



# BACHELORARBEIT

## Erzeugung und Analyse von Hyperentanglement mit einem Michelson-Interferometer

An der Fakultät für Physik  
der Ludwig-Maximilians-Universität  
München



Vorgelegt am 10. Mai 2010  
von Isabel Krebs

Betreuer: Roland Krischek, Daniel Lampert-Richart,  
Christian Schwemmer, Dr. Witlef Wiczorek  
Korrektor: Prof. Harald Weinfurter



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Theoretischer Hintergrund</b>	<b>1</b>
2.1	Qubits . . . . .	1
2.2	Verschränkung (Entanglement) . . . . .	2
2.2.1	Was ist Verschränkung? . . . . .	2
2.2.2	Wozu kann Verschränkung genutzt werden? . . . . .	3
2.3	Hyperentanglement . . . . .	3
2.4	Erzeugung und Analyse von Hyperentanglement mit Interferometern . . . . .	4
2.4.1	Michelson-Interferometer zur Erzeugung von Hyperentanglement . . . . .	4
2.4.2	Analyse des erzeugten Zustands . . . . .	5
2.4.3	Berechnung des erzeugten Zustandes . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Experiment</b>	<b>11</b>
3.1	Aufbau des Interferometers . . . . .	11
3.2	Justage des Interferometers . . . . .	13
3.2.1	Rückreflexionsmethode . . . . .	13
3.2.2	Strahlüberlapp . . . . .	13
3.2.3	Abgleichen der Armlängen . . . . .	14
3.2.4	Justage der Eingangspolarisation . . . . .	14
3.3	Charakterisierung des Interferometers . . . . .	15
3.3.1	Charakterisierung der einzelnen optischen Komponenten . . . . .	15
3.3.2	Visibility . . . . .	17
3.3.3	Stabilität . . . . .	21
3.4	Messung . . . . .	22
<b>4</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>26</b>
	<b>Literatur</b>	<b>29</b>



# 1 Einführung

In der Quanteninformationsverarbeitung ist die fundamentale Einheit der Information das sogenannte Qubit. Qubits sind quantenmechanische Zwei-Niveau-Systeme, ein Beispiel ist der Polarisationszustand von Photonen.

Ein besonderer Typ von Zuständen aus mehreren Qubits stellen die sogenannten verschränkten Zustände dar. Bei diesen Zuständen zeigen die Messergebnisse von Messungen an den einzelnen Qubits besonders starke Korrelationen. Verschränkte Zustände werden unter anderem für Quantencomputer und in den Bereichen der Quantenmetrologie und der Quantenkryptographie benötigt. [1] Die Erzeugung und Manipulation von hohen Anzahlen von Qubits zur Erzeugung von verschränkten Zuständen spielen für diese Bereiche eine wichtige Rolle. Die Erhöhung der Anzahl der Teilchen hat sich jedoch als eine experimentelle Herausforderung herausgestellt.

Eine Möglichkeit, die Anzahl der Qubits zu erhöhen ohne die Anzahl der benötigten Teilchen erhöhen zu müssen, ist es, mehrere Freiheitsgrade eines einzelnen Teilchens zur Kodierung von Information zu nutzen. Dies nennt man Hyperentanglement.

Ziel dieser Arbeit ist der Aufbau und die Charakterisierung eines Michelson-Interferometers, das zur Erzeugung und Analyse von Hyperentanglement an Photonen genutzt werden soll. Durchläuft ein Photon ein solches Interferometer, werden auf ihm zwei Qubits kodiert. Die Freiheitsgrade, die dazu verwendet werden, sind der Polarisationszustand und die räumliche Mode des Photons. Die beiden Niveaus der räumlichen Mode sind die beiden verschiedenen Wege, die das Photon beim Durchlaufen des Interferometers nehmen kann. Dieser Freiheitsgrad wird an den Polarisationszustand des Photons gekoppelt indem die Aufspaltung auf diese beiden Wege polarisationsabhängig gemacht wird. Dies geschieht mit Hilfe eines polarisierenden Strahlteilers.

Zur Analyse des so erzeugten Zustands werden die beiden räumlichen Moden mit einem variierbaren relativen Phasenschub an einem nicht-polarisierendem Strahlteiler wieder überlagert und an den beiden Ausgängen des Strahlteilers wird die Polarisation der Photonen gemessen.

## 2 Theoretischer Hintergrund

### 2.1 Qubits

Bei klassischen Computern ist die grundlegende Einheit von Information das Bit, das entweder die Werte 0 oder 1 annehmen kann. Bits werden in der Quanteninformationsverarbeitung ersetzt durch so genannte Quantum Bits, kurz Qubits, deren beiden Zustände  $|0\rangle$  und  $|1\rangle$  die Basiszustände eines zweidimensionalen komplexen Vektorraums sind.

Um Qubits experimentell zu realisieren, ist ein quantenmechanisches Zwei-Niveau-System erforderlich, wie zum Beispiel der Polarisationszustand von Photonen, zwei Energieniveaus eines Elektrons im Atom oder auch die Ausrichtung von Kernspins in einem Magnetfeld.

Im Falle des Polarisationszustandes von Photonen können zum Beispiel die horizontale und die vertikale Polarisation,  $|H\rangle$  und  $|V\rangle$ , die Basiszustände darstellen.

Quantenmechanisch lassen sich die (normierten) Superpositionen wie folgt schreiben:

$$|\Psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad \text{mit} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{C} \quad \text{und} \quad |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1 \quad (1)$$

Es ist allerdings nicht möglich, die Koeffizienten  $\alpha$  und  $\beta$  direkt zu messen, die Messung eines Qubits wird immer entweder  $|0\rangle$  oder  $|1\rangle$  ergeben, wobei  $|\alpha|^2$  und  $|\beta|^2$  die Wahrscheinlichkeiten für das jeweilige Messergebnis angeben. [1]

Eine äquivalente Schreibweise für die möglichen Superpositionen der Basiszustände ist

$$|\Psi\rangle = \cos\theta|0\rangle + e^{i\chi}\sin\theta|1\rangle \quad \text{mit} \quad \theta \in [0, \pi] \quad \text{und} \quad \chi \in [0, 2\pi[ \quad (2)$$

Fasst man den Zustandsraum zweier Qubits zusammen, betrachtet also zum Beispiel den Zustand eines Systems aus zwei Photonen, entsteht ein vierdimensionaler komplexer Vektorraum mit den Basisvektoren  $|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle$  und  $|11\rangle$ .

Diese Basisvektoren entstehen aus dem Tensorprodukt der Basisvektoren der Hilberträume der einzelnen Qubits:

$$\begin{aligned} |00\rangle &= |0\rangle_1 \otimes |0\rangle_2 \\ |01\rangle &= |0\rangle_1 \otimes |1\rangle_2 \\ |10\rangle &= |1\rangle_1 \otimes |0\rangle_2 \\ |11\rangle &= |1\rangle_1 \otimes |1\rangle_2 \end{aligned} \quad (3)$$

(Die Schreibweisen  $|00\rangle$  und  $|0\rangle|0\rangle$  sind im Folgenden äquivalent.) Allgemein spannen  $n$  Qubits einen  $2^n$ -dimensionalen Vektorraum auf. [1]

## 2.2 Verschränkung (Entanglement)

### 2.2.1 Was ist Verschränkung?

Quantenmechanische Systeme, z.B. Systeme aus mehreren Photonen, können Zustände annehmen, bei denen für die einzelnen Photonen kein eigener Zustand definiert ist, sondern nur der Gesamtzustand des Systems bekannt ist. Solche Zustände  $|\Psi\rangle$ , die sich in keiner Basis als Tensorprodukt aus den Einzelzuständen  $|\phi\rangle_1$  und  $|\chi\rangle_2$  der beiden Photonen ausdrücken lassen, nennt man verschränkte Zustände. Für diese gilt also

$$|\Psi\rangle \neq |\phi\rangle_1 \otimes |\chi\rangle_2 \quad \forall \text{ Basen} \quad (4)$$

Dieses Phänomen ist eine Konsequenz des Superpositionsprinzips in der Quantenmechanik. So erhält man aus der Superposition der Produktzustände  $|H\rangle_1|H\rangle_2$ , bei dem beide Photonen (1) und (2) H-polarisiert sind, und  $|V\rangle_1|V\rangle_2$ , bei dem beide V-polarisiert sind, den verschränkten Zustand

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_1|H\rangle_2 + |V\rangle_1|V\rangle_2) \quad (5)$$

Bei diesem Zustand können beide Photonen nach einer Messung sowohl H- als auch V-polarisiert sein, jedoch nicht unabhängig von einander. Denn misst man bei diesem

Zustand die Polarisation des einen der beiden Photonen, kennt man mit Sicherheit auch die Polarisation des anderen. Dies bedeutet, dass die Messung des einen Photons den Zustand beider Photonen festlegt, obwohl die beiden Photonen beliebig weit voneinander entfernt sein können. [2]

### 2.2.2 Wozu kann Verschränkung genutzt werden?

Verschränkung enthüllt einen fundamentalen Unterschied zwischen Quantenmechanik und klassischen Theorien. Daher spielt ihre experimentelle Realisierung eine wichtige Rolle bei der Widerlegung von Theorien zur Interpretation der Quantenmechanik. Die neuen Phänomene, die im Zusammenhang mit Verschränkung auftreten, finden aber auch in zahlreichen anderen Bereichen Anwendung.

Ein Beispiel ist die Entwicklung von Quantencomputern. Diese sollen in Zukunft bestimmte Probleme viel schneller lösen können als herkömmliche klassische Computer das bisher konnten. Dies ist für solche Probleme möglich, für die Algorithmen gefunden wurden, die Eigenschaften der Quantenmechanik wie Superposition und Verschränkung ausnutzen. Beispiele für solche Algorithmen sind der Shor-Algorithmus, bei dem der Zeitaufwand für die Faktorisierung von Zahlen nur polynomiell mit der Anzahl der Ziffern wächst und nicht, wie bei klassischen Algorithmen exponentiell, oder der Grover-Algorithmus zur effizienteren Suche. Außerdem würde ein Quantencomputer große Vorteile bei der Simulation von Quantensystemen bieten.

Ein anderes Beispiel ist die Quantenkryptographie. Hier wird Verschränkung zur abhörsicheren Schlüsselübertragung genutzt. [1]

In der Quantenmetrologie wird ausgenutzt, dass sich Phasenunterschiede von zwei physikalischen Messgrößen mit Hilfe von verschränkten Zuständen wesentlich genauer messen lassen. [3]

## 2.3 Hyperentanglement

Es ist möglich, Zustände zu erzeugen, die formal dieselbe Struktur haben wie Zustände verschränkter Teilchen, in dem man mehrere Freiheitsgrade eines einzelnen Teilchens nutzt. Verschiedene Freiheitsgrade bedeutet in der Quantenmechanik kommutierende Observablen, da dies Messgrößen sind, die unabhängig voneinander gemessen werden können, bei denen also die Messung der einen Größe das Ergebnis der Messung der anderen nicht beeinflusst.

Den Prozess, mehrere Freiheitsgrade eines Teilchens zu nutzen, so dass dieses mehrere Qubits an Information trägt, nennt man Hyperentanglement. Es ist zum Beispiel möglich, den Polarisationszustand und den Impuls (als räumliche Mode) eines Photons so aneinander zu koppeln, dass ein Zustand wie

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_p |a\rangle_r + |V\rangle_p |b\rangle_r) \quad (6)$$

entsteht. Hier sind a und b zwei unterschiedliche Wege, die das Photon nehmen kann, r bezeichnet einen Zustand der räumlichen Mode und p einen Polarisationszustand. Dieser

Zustand verhält sich wie ein verschränkter Zustand (vgl. Gl.(5)). Damit ist es also möglich auf einem einzelnen Photon zwei Qubits zu kodieren. [4] Wie ein solcher Zustand erzeugt und analysiert werden kann, wird in den folgenden Kapiteln genauer erläutert. In dem in der vorliegenden Arbeit diskutierten Experiment werden die beiden Eigenschaften Polarisation und räumliche Mode verwendet, ein anderer Freiheitsgrad von Photonen wäre zum Beispiel ihre Frequenz.

Hyperentanglement stellt eine praktische Methode dar, den Hilbertraum von Mehrphotonensystemen zu erweitern ohne die Anzahl der Teilchen zu erhöhen. Die Erhöhung der Teilchenanzahl hat sich, je nach System aus unterschiedlichen Gründen, als eine experimentelle Herausforderung erwiesen. Bei Photonensystemen liegt dies daran, dass die sogenannte spontane parametrische Fluoreszenz, die in den meisten Fällen zur Erzeugung von verschränkten Photonenpaaren genutzt wird, ein spontaner Prozess ist. Ereignisse, bei denen mehrere verschränkte Photonenpaare auf einmal entstehen, werden mit höherer Anzahl immer seltener. Daher wird es immer schwieriger, bei den Experimenten die benötigten Zählraten für eine aussagekräftige Statistik zu erreichen.

Die maximale Anzahl Teilchen, die bisher in Experimenten verschränkt werden konnte, liegt bei acht, die Teilchen waren in diesem Fall Ionen. [5] Bei Photonen lag die maximale Anzahl bei sechs. [6] Unter Einbeziehung von Hyperentanglement gelang die Erzeugung von zehn Qubits, was einer Erweiterung des Hilbertraums auf 1024 Dimensionen entspricht. Hierfür wurden fünf Photonen in Polarisation und Impuls verschränkt. [7]

## 2.4 Erzeugung und Analyse von Hyperentanglement mit Interferometern

### 2.4.1 Michelson-Interferometer zur Erzeugung von Hyperentanglement

In Interferometern werden mehrere Strahlen, die unterschiedliche Wege durchlaufen haben, kohärent überlagert, was zu Interferenz führt. In den meisten Fällen entstehen die Strahlen durch Aufspaltung eines einzigen Strahls. [8] Interferometer können zur Erzeugung von Hyperentanglement bei einzelnen Photonen in Polarisations- und räumlicher Mode genutzt werden, indem man diese Aufspaltung in zwei räumliche Moden polarisationsabhängig macht. [4]

Bei dem in dieser Arbeit beschriebenen Interferometer handelt es sich um ein Michelson-Interferometer (siehe Abbildungen 3 und 4). In einem Standard-Michelson-Interferometer wird der ankommende Lichtstrahl an einem halbdurchlässigen Spiegel in zwei zueinander senkrechte Strahlen aufgespalten, diese werden an Spiegeln zurückreflektiert und auf demselben halbdurchlässigen Spiegel wieder überlagert.

Bei dem hier verwendeten Interferometer soll die Aufspaltung polarisationsabhängig sein, dies leistet ein polarisierender Strahlteiler (auch PBS für polarizing beamsplitter) an Stelle des halbdurchlässigen Spiegels. Der PBS transmittiert den H-polarisierten Anteil des eingestrahnten Lichts und reflektiert den V-polarisierten Anteil.

Im Folgenden wird die räumliche Mode, in die das Licht vom PBS transmittiert wird, mit  $|a\rangle_r$  bezeichnet und die räumliche Mode, in die das Licht reflektiert wird, mit  $|b\rangle_r$ . Schickt man ein Photon in dem Zustand

$$|\text{Input}\rangle_p = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_p + |V\rangle_p) \quad (7)$$

in das Interferometer, ist dieses nach dem PBS in dem Zustand

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( |H\rangle_p |a\rangle_r + |V\rangle_p |b\rangle_r \right) \quad (8)$$

Es werden also die Freiheitsgrade der Polarisation und der räumlichen Mode des Photons aneinander gekoppelt, die Aufspaltung am PBS erzeugt einen Hyperentanglement-Zustand.

Die aus dem PBS austretenden Strahlen werden an Rückreflexionsprismen zurückreflektiert und an einem nicht-polarisierenden Strahlteiler (auch BS für beamsplitter) überlagert. Dieser Teil des Interferometers ist schon Teil der Analyse des am PBS erzeugten Zustands  $|\Psi\rangle$ .

### 2.4.2 Analyse des erzeugten Zustands

Um den erzeugten Zustand der Photonen vollständig analysieren zu können, muss sowohl der Polarisationszustand, als auch der Zustand der räumlichen Mode analysiert werden. Die Messung der Polarisation entspricht einer Projektion auf einen Polarisationszustand. [2] Die Polarisationszustände (horizontal, vertikal, plus, minus, linkszirkular und rechtszirkular) sind

$$|H\rangle_p = \cos(\theta = 0) |H\rangle + e^{i(\chi=0)} \sin(\theta = 0) |V\rangle$$

$$|V\rangle_p = \cos(\theta = \pi) |H\rangle + e^{i(\chi=0)} \sin(\theta = \pi) |V\rangle$$

$$|+\rangle_p = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( |H\rangle_p + |V\rangle_p \right) = \cos(\theta = \frac{\pi}{4}) |H\rangle + e^{i(\chi=0)} \sin(\theta = \frac{\pi}{4}) |V\rangle$$

$$|-\rangle_p = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( |H\rangle_p - |V\rangle_p \right) = \cos(\theta = \frac{\pi}{4}) |H\rangle + e^{i(\chi=\pi)} \sin(\theta = \frac{\pi}{4}) |V\rangle$$

$$|L\rangle_p = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( |H\rangle_p + i |V\rangle_p \right) = \cos(\theta = \frac{\pi}{4}) |H\rangle + e^{i(\chi=\frac{\pi}{2})} \sin(\theta = \frac{\pi}{4}) |V\rangle$$

$$|R\rangle_p = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( |H\rangle_p - i |V\rangle_p \right) = \cos(\theta = \frac{\pi}{4}) |H\rangle + e^{i(\chi=-\frac{\pi}{2})} \sin(\theta = \frac{\pi}{4}) |V\rangle$$

Um auf diese sechs Zustände projizieren zu können, besteht die Polarisationsanalyse an den Ausgängen des Interferometers aus jeweils erst einem  $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen und dann einem Polarisator.

Der Polarisator projiziert je nach Winkelstellung auf  $|H\rangle_p$ ,  $|V\rangle_p$ ,  $|+\rangle_p$  oder  $|-\rangle_p$ . Mit der Einstellung des Winkels lässt sich also  $\theta$  variieren.

Das  $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen erzeugt einen relativen Phasenschub von  $\frac{\pi}{2}$  zwischen dem H- und dem V-polarisierten Anteil des Lichts, es ändert also  $\chi$  um  $\frac{\pi}{2}$ . Damit ermöglicht es, die Polarisationen  $+$  und  $-$  in die Polarisationen R und L umzuwandeln und umgekehrt. [8]

Die Zustände der räumlichen Mode  $|a\rangle_r$  und  $|b\rangle_r$  entsprechen den beiden Armen des Interferometers. Deshalb wird, um den Zustand auf verschiedene Zustände der räumlichen Mode projizieren zu können, vor der Überlagerung am Beamsplitter ein Phasenschub

zwischen den beiden Armen erzeugt. Dies geschieht mit Hilfe eines drehbaren Glasplättchens, das abhängig von der Winkelstellung die optische Weglänge des einen Arms verändert.

Die Vorgehensweise, um auf die sechs möglichen Zustände der räumlichen Mode zu projizieren, muss demnach folgende sein:

$ a\rangle_r$	Blockieren des Arms b
$ b\rangle_r$	Blockieren des Arms a
$ +\rangle_r = \frac{1}{\sqrt{2}}( a\rangle_r +  b\rangle_r) = \frac{1}{\sqrt{2}}( a\rangle_r + e^{i0} b\rangle_r)$	Einstellen eines Phasenschubs von $\Phi = 0$
$ -\rangle_r = \frac{1}{\sqrt{2}}( a\rangle_r -  b\rangle_r) = \frac{1}{\sqrt{2}}( a\rangle_r + e^{i\pi} b\rangle_r)$	Einstellen eines Phasenschubs von $\Phi = \pi$
$ L\rangle_r = \frac{1}{\sqrt{2}}( a\rangle_r + i b\rangle_r) = \frac{1}{\sqrt{2}}( a\rangle_r + e^{i\frac{\pi}{2}} b\rangle_r)$	Einstellen eines Phasenschubs von $\Phi = \frac{\pi}{2}$
$ R\rangle_r = \frac{1}{\sqrt{2}}( a\rangle_r - i b\rangle_r) = \frac{1}{\sqrt{2}}( a\rangle_r + e^{-i\frac{\pi}{2}} b\rangle_r)$	Einstellen eines Phasenschubs von $\Phi = -\frac{\pi}{2}$

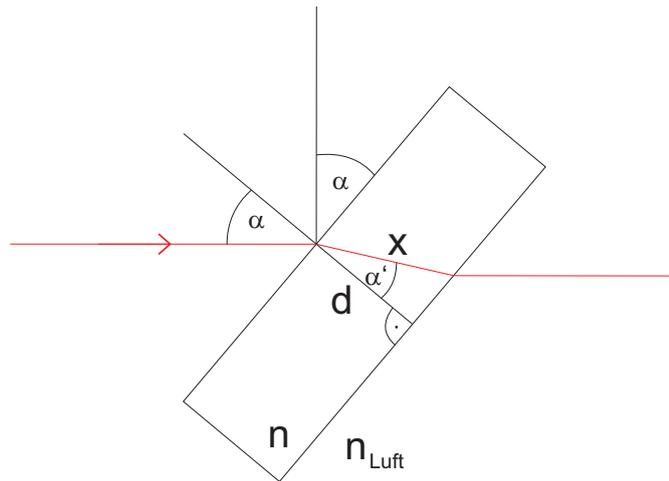


Abbildung 1: Glasplättchen zur Erzeugung des Phasenschubs

Zur Erzeugung dieses Phasenschubs wird das Glasplättchen mit dem Brechungsindex  $n$  und der Dicke  $d$  in einem der Arme um den Winkel  $\alpha$  gedreht. Die Abhängigkeit des vom Glasplättchen verursachten relativen Phasenschubs zwischen den beiden Armen vom Drehwinkel  $\alpha$ , berechnet sich folgendermaßen (vgl. Abb. 1):

Die Drehung des Plättchens um  $\alpha$  führt zu einem Einfallswinkel  $\alpha$  des Strahls relativ zur optischen Achse (Senkrechte auf die Plättchenoberfläche). Der Strahl wird im optisch dichteren Medium zur optischen Achse hin gebrochen, der Winkel  $\alpha'$  des Strahls zu

dieser Achse im Plättchen berechnet sich mit Hilfe des Snelliusschen Brechungsgesetzes zu

$$n_{\text{Luft}} \sin \alpha = n \sin \alpha' \quad (9)$$

wobei  $n_{\text{Luft}}$  der Brechungsindex der Luft ist, der im Folgenden als 1 angenommen wird. [8] Die Weglänge  $x$ , die der Strahl durch das Plättchen zurücklegt, ist demnach

$$x = \frac{d}{\cos \alpha'} = \frac{d}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha'}} = \frac{d}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}}} \quad (10)$$

und die durchlaufene optische Weglänge  $x_{\text{opt}}$  wird zu

$$x_{\text{opt}} = nx = \frac{nd}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}}} \quad (11)$$

was bei einer Wellenlänge  $\lambda$  zu einer Phase  $\phi$  von

$$\phi = \frac{2\pi x_{\text{opt}}}{\lambda} = \frac{2\pi nd}{\lambda \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}}} \quad (12)$$

führt. Die Phasendifferenz  $\Phi$  zwischen einem Strahl, der das Plättchen bei  $\alpha = 0$  durchquert, und einem Strahl, der das Glasplättchen bei einer Winkelstellung  $\alpha$  durchquert, ist

$$\Phi(\alpha) = \frac{2\pi nd}{\lambda \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}}} - \frac{2\pi nd}{\lambda} = \frac{2\pi nd}{\lambda} \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}}} - 1 \right) \quad (13)$$

Die Stelle, an der man diese Funktion am besten durch eine lineare Beziehung annähern kann, ist bei  $\alpha = 45^\circ$ . Aus diesem Grund ist es geschickt, das Plättchen bei Winkelstellungen nahe  $45^\circ$  zu verwenden.

### 2.4.3 Berechnung des erzeugten Zustandes

Zuerst wird die Präparation des Zustands, der analysiert werden soll, berechnet. Zur Präparation wird ein polarisierter Zustand, dessen Polarisation vorerst allgemein mit den Parametern  $\theta$  und  $\chi$  beschrieben wird, in das Interferometer geschickt. Der Zustand hat also die Form

$$|\text{Input}\rangle = \left( \cos \theta |H\rangle_p + e^{i\chi} \sin \theta |V\rangle_p \right) |e\rangle_r \quad (14)$$

wobei  $|e\rangle_r$  die räumliche Mode am Eingang des Interferometers bezeichnet (siehe Abb. 2). Am PBS wird der Strahl in zwei verschiedene räumliche Moden aufgeteilt, der H-polarisierte Anteil wird in den Arm a transmittiert, der V-polarisierte Anteil in den Arm b reflektiert. Eine Möglichkeit, die Wirkung eines Strahlteilers zu beschreiben, ist, dass er den transmittierten Strahl unverändert lässt und die Phase des reflektierten Strahls um  $\frac{\pi}{2}$  verschiebt [9]. Der Zustand am Eingang geht also über in

$$\begin{aligned} |\text{Input}\rangle \xrightarrow{\text{PBS}} |\Psi\rangle &= \cos \theta |H\rangle_p |a\rangle_r + e^{i\frac{\pi}{2}} e^{i\chi} \sin \theta |V\rangle_p |b\rangle_r \\ &= \cos \theta |H\rangle_p |a\rangle_r + i e^{i\chi} \sin \theta |V\rangle_p |b\rangle_r \end{aligned} \quad (15)$$

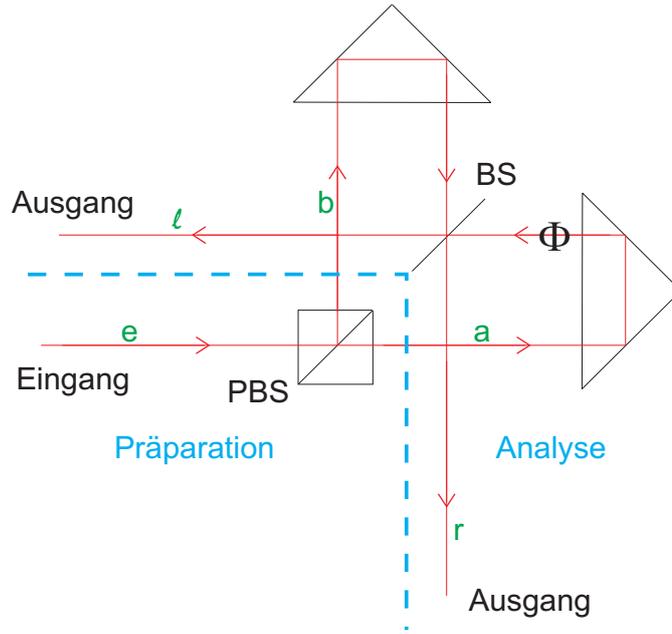


Abbildung 2: Schema zur Erzeugung und Analyse von Hyperentanglement mit einem Michelson-Interferometer

Dieser Zustand  $|\Psi\rangle$  ist der präparierte und zu analysierende Zustand. Im Experiment war der Zustand  $|\text{Input}\rangle_p = |+\rangle_p$ , im Folgenden wird also  $\theta = \frac{\pi}{4}$  und  $\chi = 0$  gewählt. Es ergibt sich

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_p |a\rangle_r + i |V\rangle_p |b\rangle_r) \quad (16)$$

Ein Photon, dessen Zustand auf die oben beschriebene Weise präpariert wurde, kann bei einer Messung prinzipiell einen von sechs verschiedenen Polarisationszuständen und einen von sechs verschiedenen Zuständen der räumlichen Mode annehmen. Das ergibt in Kombination 36 verschiedene Zustände, die unterschiedlich wahrscheinlich sind.

Das Ziel ist nun, diese Wahrscheinlichkeiten zu berechnen. Dazu wird der Zustand  $|\Psi\rangle$  jeweils auf einen Polarisationszustand und einen Zustand der räumlichen Mode projiziert. Die Wahrscheinlichkeit, ein Photon im Zustand  $|\Psi\rangle$  bei einer Messung in der räumlichen Mode  $|a\rangle_r$  und im Polarisationszustand  $|V\rangle_p$  zu messen, berechnet sich zum Beispiel folgendermaßen:

$$\begin{aligned} |({}_r\langle a|_p\langle V|) |\Psi\rangle|^2 &= |({}_r\langle a|_p\langle V|) \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_p |a\rangle_r + i |V\rangle_p |b\rangle_r)|^2 \\ &= \left| \frac{i}{\sqrt{2}} {}_r\langle a|b\rangle_r \right|^2 \\ &= 0 \end{aligned} \quad (17)$$

Um nun alle 36 Wahrscheinlichkeiten auszurechnen, wird der Zustand  $|\Psi\rangle$  auf einen

allgemeinen Polarisationszustand

$$|\text{Polarisation}\rangle_p = \cos \kappa |H\rangle_p + e^{i\lambda} \sin \kappa |V\rangle_p \quad (18)$$

und einen allgemeinen Zustand der räumlichen Mode

$$|\text{räumliche Mode}\rangle_p = \cos \sigma |a\rangle_r + e^{i\tau} \sin \sigma |b\rangle_r \quad (19)$$

projiziert. Dies ergibt

$$\begin{aligned} & |({}_r\langle \text{räumliche Mode} | {}_p\langle \text{Polarisation} |) |\Psi\rangle|^2 \\ &= \frac{1}{2} \left[ \cos^2 \kappa \cos^2 \sigma + \sin^2 \kappa \sin^2 \sigma + 2 \sin \kappa \sin \sigma \cos \kappa \cos \sigma \cos \left( \frac{\pi}{2} - \lambda - \tau \right) \right] \quad (20) \end{aligned}$$

Setzt man die entsprechenden Werte für  $\kappa$ ,  $\lambda$ ,  $\sigma$  und  $\tau$  ein, erhält man

	H	V	+	-	L	R
a	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
b	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
a + b	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	0
a - b	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{2}$
a + $i$ b	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
a - $i$ b	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

Im Experiment wird die Projektion auf die Zustände der räumlichen Mode realisiert, indem für die Zustände  $|a\rangle_r$  und  $|b\rangle_r$  ein Arm des Interferometers blockiert wird und für die anderen Zustände die Strahlen aus den beiden Armen mit einem relativen Phasenschub am BS überlagert werden (siehe Abschnitt 2.4.2 zur Analyse). In den beiden Ausgängen des Interferometers wird mithilfe je einer Polarisationsanalyse auf die Polarisationszustände projiziert. Im Folgenden soll berechnet werden, welche Messwahrscheinlichkeiten bei einer solchen Analyse des Zustands  $|\Psi\rangle$  in den beiden Ausgängen des Interferometers zu erwarten sind.

Nach dem Phasenschub durch das Glasplättchen in Arm a wird der Zustand zu

$$|\Psi\rangle \xrightarrow{\text{Glasplättchen}} |\text{Phase}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (e^{i\Phi} |H\rangle_p |a\rangle_r + i |V\rangle_p |b\rangle_r) \quad (21)$$

Am BS wird der Strahl aus der räumlichen Mode a in den Ausgang  $l$  (für links) transmittiert und in den Ausgang  $r$  (für rechts) reflektiert. Der Strahl aus der räumlichen Mode b wird in den Ausgang  $l$  reflektiert und in den Ausgang  $r$  transmittiert (vgl. Abb. 2).

Bei den Reflexionen muss wieder der Phasenschub von  $\frac{\pi}{2}$  berücksichtigt werden. Nach dem BS wird der Zustand demnach zu

$$|\text{Phase}\rangle \xrightarrow{\text{BS}} |\text{Output}\rangle = \frac{1}{2} (e^{i\Phi} |H\rangle_p + i^2 |V\rangle_p) |l\rangle_r + \frac{1}{2} (ie^{i\Phi} |H\rangle_p + i |V\rangle_p) |r\rangle_r \quad (22)$$

Eine Messung in Ausgang  $l$  oder  $r$  entspricht einer Projektion auf die räumliche Mode  $|l\rangle_r$  bzw.  $|r\rangle_r$  und führt so zu

$$|\text{Out } l\rangle_p = {}_r\langle l | \text{Output}\rangle = \frac{1}{2} (|H\rangle_p - e^{-i\Phi} |V\rangle_p) \quad (23)$$

in Ausgang  $l$  und

$$|\text{Out } r\rangle_p = {}_r\langle r | \text{Output}\rangle = \frac{1}{2} (|H\rangle_p + e^{-i\Phi} |V\rangle_p) \quad (24)$$

in Ausgang  $r$ , wobei globale Phasen weggelassen wurden. Hier ist zu beachten, dass die Normierung sich auf den Gesamtzustand in beiden Ausgängen bezieht, da bei den zu berechnenden Wahrscheinlichkeiten beide Ausgänge berücksichtigt werden.

In den beiden Ausgängen des Interferometers wird nun die Polarisation der ankommenden Photonen gemessen. Die beiden Zustände  $|\text{Out } l\rangle_p$  und  $|\text{Out } r\rangle_p$  werden auf einen allgemeinen, durch die Parameter  $\kappa$  und  $\lambda$  beschriebenen Polarisationszustand projiziert:

$$|\text{Polarisation}\rangle_p = \cos \kappa |H\rangle_p + e^{i\lambda} \sin \kappa |V\rangle_p \quad (25)$$

Für die Messwahrscheinlichkeiten in den beiden Ausgängen ergibt sich

$$|{}_p\langle \text{Polarisation} | \text{Out } l\rangle_p|^2 = \frac{1}{4} [1 - 2 \cos \kappa \sin \kappa \cos (\Phi + \lambda)] \quad (26)$$

und

$$|{}_p\langle \text{Polarisation} | \text{Out } r\rangle_p|^2 = \frac{1}{4} [1 + 2 \cos \kappa \sin \kappa \cos (\Phi + \lambda)] \quad (27)$$

Das Blockieren einer der Arme entspricht direkt einer Projektion auf  $|a\rangle_r$  bzw.  $|b\rangle_r$ , was zu den Wahrscheinlichkeiten

$$|({}_p\langle \text{Polarisation} | {}_r\langle a |) |\text{Phase}\rangle|^2 = \frac{1}{2} \cos^2 \kappa \quad (28)$$

und

$$|({}_p\langle \text{Polarisation} | {}_r\langle b |) |\text{Phase}\rangle|^2 = \frac{1}{2} \sin^2 \kappa \quad (29)$$

in beiden Ausgängen führt.

An (26) und (27) erkennt man, dass die Interferenzsignale der Ausgänge um  $\pi$  gegeneinander phasenverschoben sind.

Setzt man  $\tau = \Phi$  und vergleicht (26) bzw. (27) mit (20), bemerkt man zudem einen Phasenschub von  $\frac{\pi}{2}$  bzw.  $\frac{3\pi}{2}$  zwischen den theoretischen Wahrscheinlichkeiten und den für die Ausgänge berechneten Wahrscheinlichkeiten. Dieser muss bei der Interpretation der Messergebnisse berücksichtigt werden. Dies kann man tun, in dem man für den Ausgang links  $\Phi = \tau - \frac{3\pi}{2}$  und für den Ausgang rechts  $\Phi = \tau - \frac{\pi}{2}$  definiert.

## 3 Experiment

### 3.1 Aufbau des Interferometers

Das Michelson-Interferometer, das im Rahmen der vorliegenden Arbeit aufgebaut und justiert wurde, ist auf Abb. 3 abgebildet und auf Abb. 4 skizziert.

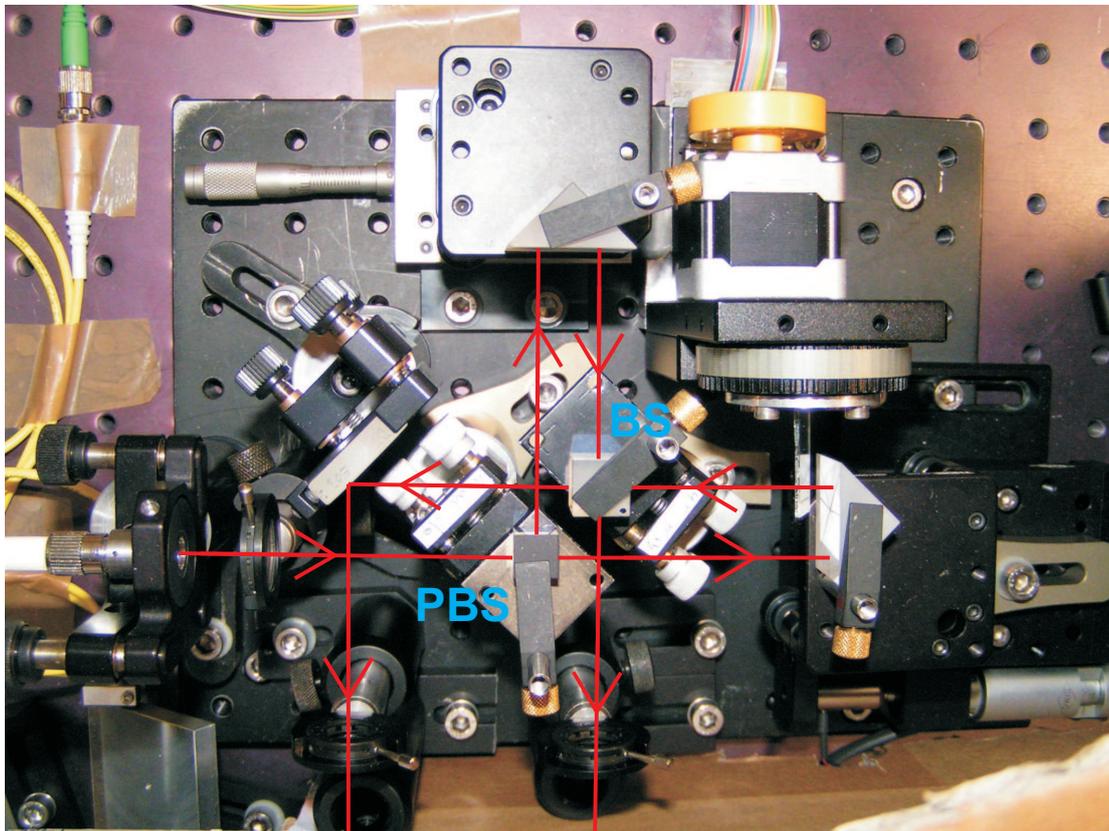


Abbildung 3: Der Aufbau

Aus einer Singlemode-Faser wird infrarotes Laserlicht eines CW-Lasers mit einer Wellenlänge von 806 nm und einer Leistung von etwa 10 mW senkrecht zur Eintrittsfläche auf einen PBS gestrahlt. Dieser transmittiert den H-polarisierten Anteil des Lichtes (Arm a) und reflektiert den V-polarisierten Anteil (Arm b). Die beiden Strahlen werden an je einem Rückreflexionsprisma reflektiert und überlagern sich auf dem BS. Die halbdurchlässigen Schichten des PBS und des BS liegen auf einer Achse, so dass sämtliche ein- und ausfallenden Strahlen immer senkrecht zu den jeweiligen Flächen stehen.

Das Prisma im Arm b steht auf einem mit einer Mikrometerschraube verstellbaren Verschiebetisch, der das Prisma senkrecht zur Richtung des ein- und ausfallenden Strahls verschieben kann. Damit lässt sich der Auftreffpunkt des reflektierten Strahls auf den BS

in der Strahlebene variieren. Das Prisma im Arm a steht ebenfalls auf einem Verschiebetisch, der jedoch das Prisma parallel zur Richtung des einfallenden und des reflektierten Strahls bewegt, so dass man die Armlänge verändern kann. Dieser Verschiebetisch lässt sich wahlweise mit einem Motor oder mit einem eingebauten Piezokristall steuern. Von den beiden den BS verlassenden Strahlen wird einer an einem dielektrischen Spiegel umgelenkt, damit sich beide Ausgänge auf der selben Seite des Interferometers befinden. Zwischen Prisma und BS im Arm a durchquert der Strahl das an einem Rotationsmotor befestigte Glasplättchen der Dicke  $d=1\text{ mm}$ , das den Phasenschub zwischen den beiden Armen in Form eines optischen Weglängenunterschieds erzeugt.

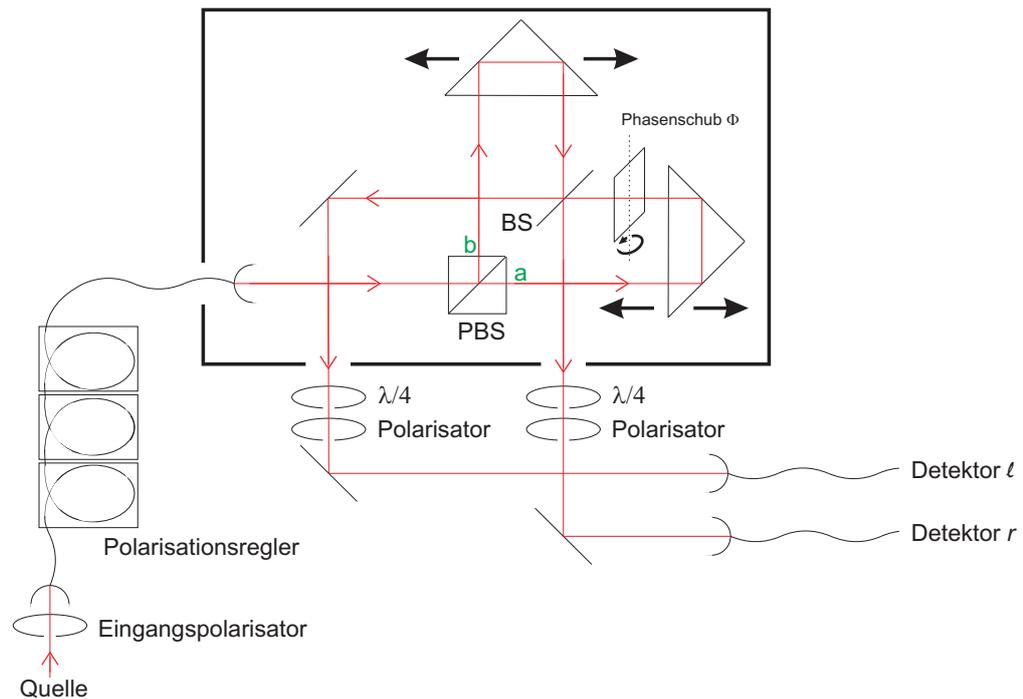


Abbildung 4: Schematischer Aufbau des Michelson-Interferometers mit Polarisationsanalyse

In den Ausgängen steht die Polarisationsanalyse, bestehend aus je zuerst einem  $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen und dann einem Polarisator. Nach der Polarisationsanalyse werden beide Strahlen an dielektrischen Spiegeln umgelenkt und mit Einkopplern mit verstellbarem Fokus in Singlemodedfasern eingekoppelt, die an die Einzelphotonendetektoren angeschlossen werden können.

Für die Justage wurde die Intensität des Laserlichtes in den Ausgängen mit einer Photodiode oder mit einem an die Singlemodefaser angeschlossenen Intensitätsmessgerät gemessen. Bei den Messungen wurde der Laser mit Hilfe eines Spiegels und Filtern vor der Einkopplung in das Interferometer stark abgeschwächt, so dass die Zählraten in den

Ausgängen mit Einzelphotonendetektoren gemessen wurden.

Die Polarisation des in das Interferometer eingestrahltten Lichtes lässt sich mit einem Polarisator vor der Einkopplung in die Singlemodefaser, die das Licht zum Eingang des Interferometers leitet, und Polarisationsreglern an dieser Faser einstellen. Polarisationsregler sind eine Vorrichtung, die die Polarisation von Licht, das eine Glasfaser durchläuft, definiert drehen kann. Dazu wird der Effekt genutzt, dass das Biegen und Drehen einer Glasfaser den Polarisationszustand des Lichts ändert. Die Vorgehensweise, um die Eingangspolarisation einzustellen, wird im folgenden Kapitel beschrieben.

Da Michelson-Interferometer nicht intrinsisch stabil sind und auf eine aktive Stabilisierung verzichtet wurde, war ein vorherrschendes Ziel beim Aufbau, eine möglichst hohe Stabilität zu erreichen. Dazu wurde das Interferometer ohne die Polarisationsanalyse auf eine eigene Metallplatte (Dicke 2 cm) gebaut. Um zusätzlich die durch das Drehen an  $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen und Polarisatoren entstehenden Schwingungen zu dämpfen, wurden diese auf eine Schicht Gummi gestellt.

Um Brechungsindexänderungen der Luft aufgrund von Luftbewegungen und Temperaturschwankungen, und Materialausdehnungen aufgrund von Temperaturschwankungen zu verringern, wurde das Interferometer (wieder ohne Polarisationsanalyse) mit einem geschlossenen Kasten geschützt. Eine weitere Maßnahme zur Erhöhung der Stabilität war die Zielsetzung, das Interferometer so klein wie möglich zu konstruieren.

## 3.2 Justage des Interferometers

### 3.2.1 Rückreflexionsmethode

Bei der Justage der Strahlteiler und der Prismen war es wichtig, dass der Strahl immer senkrecht auf die jeweilige Fläche auftrifft, so dass reflektierte Strahlen in der Ebene parallel zur Metallplatte bleiben und immer in einem rechten Winkel zum einfallenden Strahl stehen. Um dies zu gewährleisten, war es oft hilfreich auszunutzen, dass jede Fläche einen kleinen Teil des Strahls zurückreflektiert, und diesen Rückreflex mit dem einfallenden Strahl zum Überlapp zu bringen.

### 3.2.2 Strahlüberlapp

Bei den folgenden Schritten zur Justage des Überlapps der Strahlen aus den beiden Armen des Interferometers und dem Abgleichen der Armlängen war die Polarisationsanalyse noch nicht aufgebaut, deshalb musste am Ausgang des Interferometers das Licht mit einem Polarisator auf + projiziert werden, da sonst keine Interferenz zu sehen ist.

Für die genaue Justage des Überlapps wurde mit dem an einen Frequenzgenerator (Dreieckssignal) angeschlossenen Piezokristall die Armlänge des Arms a periodisch um einige Wellenlängen variiert.

Das Interferenzsignal wurde zum einen auf einem Oszilloskop sichtbar gemacht und es wurde mit der Maximierung des Interferenzsignals der Überlapp justiert. Zum anderen wurde das Signal direkt mit einer in den Strahlengang gestellten Kamera beobachtet. Bei dieser Methode sieht man, dass der Überlapp gut justiert ist, wenn das Interferenzmuster

aus konzentrischen Ringen besteht. Sieht man Interferenzstreifen, die sich von oben nach unten oder umgekehrt bewegen, stimmen die Höhen der beiden Strahlen nicht überein, bei einer Bewegung von rechts nach links oder umgekehrt, überlappen sie in dieser Richtung nicht vollständig.

Verbessert wurde der Überlapp indem die Ausrichtung des Prismas in Arm b und des BS verändert wurden. Das Verschieben des Prismas mit Hilfe des Verschiebetisches parallelverschiebt den Auftreffpunkt des Strahls auf den BS, das Kippen des Prismas nach vorne oder hinten variiert seine Höhe. Dreht man den BS um eine Achse senkrecht zur Tischebene, kann man den Winkel zwischen dem von ihm transmittierten und reflektierten Strahl verändern.

### 3.2.3 Abgleichen der Armlängen

Das Abgleichen der beiden Armlängen erfolgte in drei Stufen. Das Prisma in Arm a wurde jedes Mal mit dem Motor bewegt und währenddessen die Intensität im Ausgang gemessen. Anschließend wurde das Prisma an die Stelle maximaler Interferenz gefahren, dort stimmt die Länge der Arme am besten überein.

Bei der ersten groben Justage wurde eine normale Laserdiode (Wellenlänge 806 nm) als Quelle verwendet. Diese durfte jedoch keine zu große Kohärenzlänge haben, da man über die gesamte Kohärenzlänge, also bei großer Kohärenzlänge auch bei sehr unterschiedlichen Armlängen, Interferenz beobachtet.

Anschließend wurden aus diesem Grund Einzelphotonen aus einer spontanen parametrischen Fluoreszenz-Quelle (Wellenlänge 806 nm, Kohärenzlänge 1 mm) zur Justage verwendet (siehe Abb. 5).

Die Feinjustage der Armlängen wurde mit einem gepulsten Laser (mit einer Wellenlänge von 780,60 nm und Pulsen von etwa  $t_c = 130$  fs mit einer Rate von ca. 81 MHz) durchgeführt. So müssen sich für ein Interferenzsignal die zwei Laserpulse in den beiden Armen mit der Genauigkeit, die durch die Kohärenzlänge

$$l_c = t_c \cdot c = 130 \text{ fs} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 39 \mu\text{m} \quad (30)$$

gegeben ist, wieder am BS treffen.

### 3.2.4 Justage der Eingangspolarisation

Zur Justage des Polarisationszustandes der Photonen am Eingang des Interferometers wird zuerst mit dem Laser durch das Interferometer zurück gestrahlt, wobei der Arm b blockiert wird, so dass der PBS nur Licht transmittiert und so nur H-polarisiertes Licht das Interferometer rückwärts verlässt. Die anschließende Glasfaser mit dem Polarisationsregler dreht diese Polarisation bevor das Licht auf den Eingangspolarisator trifft (siehe Abb. 4). Um diese Drehung der Polarisation genau zu definieren, wird der Eingangspolarisator auf + gestellt und mit dem Polarisationsregler wird auf ein Minimum der vom Eingangspolarisator transmittierten Intensität justiert. Danach weiß man, dass die Faser

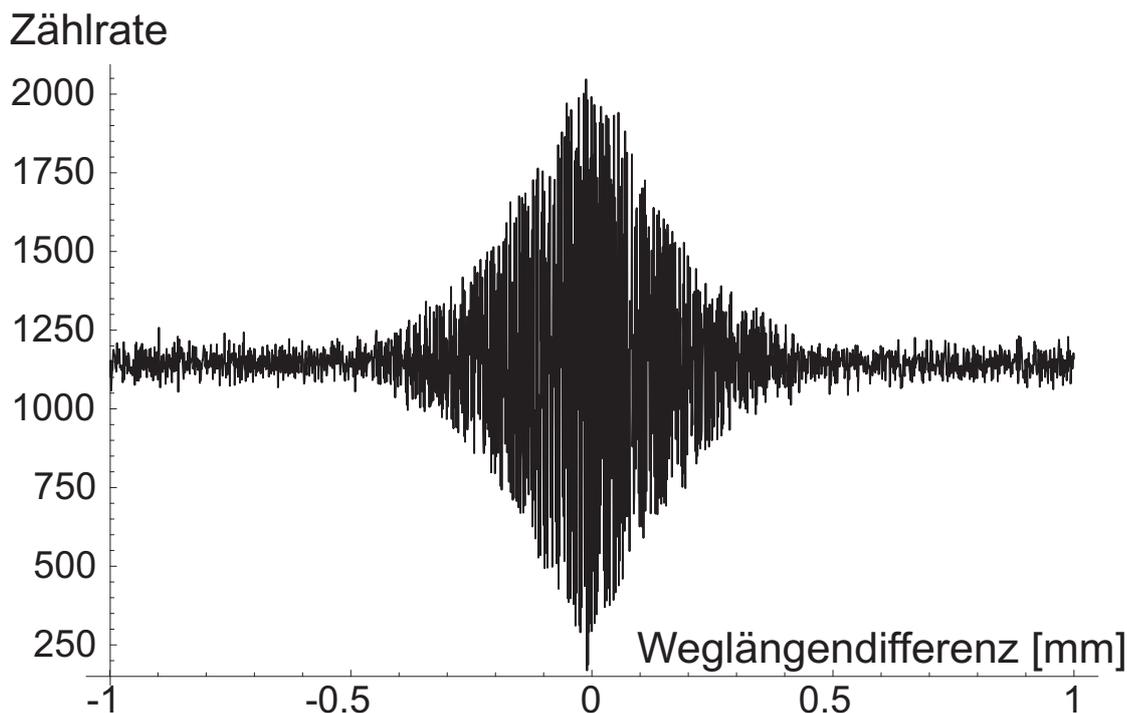


Abbildung 5: Interferenzsignal beim Abgleichen der Armlängen des Interferometers mit Einzelphotonen aus einer spontanen parametrischen Fluoreszenz-Quelle (Wellenlänge 806 nm, Kohärenzlänge 1 mm). Die Armlänge des einen Arms wird mit einem Motor verändert, am Maximum des Interferenzsignals stimmen die Längen der beiden Arme des Interferometers am besten überein.

samt Polarisationsregler bei umgekehrter Strahlrichtung die Polarisation von H auf  $-$  dreht. Stellt man nun, wenn das Laserlicht das Interferometer wieder in der richtigen Richtung durchläuft, den Eingangspolarisator auf H, dreht die Faser die Polarisation auf  $+$ , was dann also der Polarisationszustand der Photonen am Eingang in das Interferometer ist.

### 3.3 Charakterisierung des Interferometers

#### 3.3.1 Charakterisierung der einzelnen optischen Komponenten

Die Definition der Richtung der H-Polarisation für das Interferometer wurde so gewählt, dass der **PBS** bei senkrechtem Einfall des Strahls minimale Intensität reflektiert. Die Intensität in Reflexion betrug dann abzüglich des Hintergrunds 517 nW und die Intensität in Transmission 315  $\mu$ W. Daraus ergibt sich für den PBS ein Fehler von

$$\Delta_{\text{PBS}} = \frac{\text{reflektierte Intensität}}{\text{reflektierte} + \text{transmittierte Intensität}} = \frac{517 \text{ nW}}{517 \text{ nW} + 315 \mu\text{W}} = 0,16\% \quad (31)$$

Bei den beiden verwendeten **Prismen** wurde vermessen, inwieweit diese bei der Rückreflexion der Strahlen die Polarisation drehen. Dazu wurde ein Polarisator im Strahlengang zuerst vor und dann nach dem Prisma auf das Minimum in der rückreflektierten Intensität gestellt. Der Unterschied der beiden Winkel, bei denen das Minimum aufgetreten ist, gibt die Drehung der Polarisation an. Dabei ergab sich bei beiden Prismen eine Drehung von etwa  $1^\circ$ . Dies ergibt einen Fehler in der Polarisation von

$$\Delta_{\text{Prisma}} = \frac{1^\circ}{90^\circ} = 1,1\% \quad (32)$$

Der verwendete **BS** sollte im Idealfall 50% der eingestrahnten Intensität transmittieren und 50% reflektieren. Dieses Aufteilungsverhältnis stimmt in der Praxis nicht genau. Dazu kommt, dass das Aufspaltungsverhältnis auch nicht perfekt polarisationsunabhängig ist. Um die Polarisationsabhängigkeit der Aufspaltung durch den BS zu bestimmen, wurde das Laserlicht durch einen festgestellten Polarisator und anschließend durch ein drehbares  $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchen senkrecht auf den BS gestrahlt. Während mit dem  $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchen die Polarisation kontinuierlich gedreht wurde, wurde das Verhältnis der mit zwei Photodioden detektierten reflektierten und transmittierten Intensität an einem Oszilloskop beobachtet. Das Verhältnis schwankte zwischen den Werten 0,9243 und 0,8597 um den Durchschnittswert von 0,892. Für den Fehler in der Polarisationsunabhängigkeit des BS ergibt sich also

$$\begin{aligned} \Delta_{\text{BS}}(\text{Polarisationsabhängigkeit}) &= \frac{\text{Maximum} - \text{Minimum}}{\text{Durchschnitt}} \\ &= \frac{0,9243 - 0,8597}{0,892} = 7,2\% \end{aligned} \quad (33)$$

Da der BS im Interferometer H-polarisiertes Licht aus dem einen Arm und V-Polarisiertes Licht aus dem anderen auf die beiden Ausgänge aufteilen soll, ist vor allem das erreichte Aufspaltungsverhältnis bei diesen beiden Polarisationen im Weiteren wichtig.

Bei der Messung dieses Verhältnisses bei H-polarisiertem Licht wurde eine transmittierte Intensität von  $7,6 \mu\text{W}$  und eine reflektierte Intensität von  $6,9 \mu\text{W}$  gemessen. Daraus folgt

$$\frac{\text{reflektierte Intensität}}{\text{reflektierte+transmittierte Intensität}} = \frac{6,9 \mu\text{W}}{6,9 \mu\text{W} + 7,6 \mu\text{W}} = 47,6\% \quad (34)$$

Das Aufspaltungsverhältnis ist also

$$\text{H-Polarisation: (Reflexion } R_{\text{H}} : \text{Transmission } T_{\text{H}}) = (47,6\% \quad : \quad 52,4\%) \quad (35)$$

Bei V-polarisiertem Licht reflektierte der BS  $3,4 \mu\text{W}$  und transmittierte  $3,6 \mu\text{W}$ , damit ist

$$\frac{\text{reflektierte Intensität}}{\text{reflektierte+transmittierte Intensität}} = \frac{3,4 \mu\text{W}}{3,4 \mu\text{W} + 3,6 \mu\text{W}} = 48,6\% \quad (36)$$

was zu einem Aufteilungsverhältnis von

$$\text{V-Polarisation: (Reflexion } R_{\text{V}} : \text{Transmission } T_{\text{V}}) = (48,6\% \quad : \quad 51,4\%) \quad (37)$$

führt.

Das **Glasplättchen** zur Variation der relativen Phase zwischen den beiden Armen des Interferometers verursacht bei einer Stellung von etwa  $45^\circ$  einen Verlust von  $9,0\%$  der Leistung im Arm a.

### 3.3.2 Visibility

Die Visibility ist ein Maß für die Ausprägtheit von Interferenz. Sie ist definiert als

$$\mathcal{V} = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (38)$$

Hier sind  $I_{\max}$  und  $I_{\min}$  die maximale Intensität (konstruktive Interferenz) und die minimale Intensität (destruktive Interferenz) des betrachteten Interferenzmusters. Alternativ lässt sich die Visibility auch über

$$P(\Phi) \propto (1 \pm \mathcal{V} \cos \Phi) \quad (39)$$

berechnen, wobei  $P(\Phi)$  die Abhängigkeit der Intensität des Lichtes bzw. der Detektionswahrscheinlichkeit eines Photons von einer Phase  $\Phi$ , also das Interferenzmuster, beschreibt. Eine ideale Visibility liegt bei 1, dann löschen sich die interferierenden Strahlen in den Interferenzminima perfekt aus. [10]

Die mit dem in dieser Arbeit beschriebenen Aufbau erreichten maximalen Visibilities liegen bei (vgl. Abb. 7)

$$\begin{aligned} \mathcal{V}(\text{Ausgang } l) &= \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \\ &= \frac{74128 \text{ counts} - 4676 \text{ counts}}{74128 \text{ counts} + 4676 \text{ counts}} = 0,881 \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{V}(\text{Ausgang } r) &= \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \\ &= \frac{64648 \text{ counts} - 4618 \text{ counts}}{64648 \text{ counts} + 4618 \text{ counts}} = 0,867 \end{aligned} \quad (41)$$

wobei in + analysiert wurde und es sich bei den Intensitäten um Zählraten mit einer Integrationszeit von einer Sekunde handelt, bei denen die Dunkelzählraten der beiden Detektoren jeweils abgezogen wurden.

Im Folgenden sollen kurz die verschiedenen Faktoren diskutiert werden, die die Visibility im Experiment beeinflussen können.

Wie im vorherigen Abschnitt beschrieben, wird der H-polarisierte Anteil des einfallenden Lichtes vom **PBS** im Experiment nicht vollständig transmittiert, ein Teil des H-polarisierten Anteils wird also auch in den Arm b des Interferometers reflektiert. Nimmt man an, dass ein gleicher Anteil  $\epsilon^2 = \Delta_{\text{PBS}} = 0,16\%$  der Intensität des V-polarisierten

Anteils in den Arm a transmittiert wird wie H-polarisiertes Licht in den Arm b reflektiert wird, verändert dies den Zustand nach dem Phasenschub durch das Glasplättchen folgendermaßen:

$$|\text{Phase}\rangle \propto e^{i\Phi} |a\rangle_r (\eta |H\rangle_p + \epsilon |V\rangle_p) + i |b\rangle_r (\eta |V\rangle_p + \epsilon |H\rangle_p) \quad (42)$$

$$\text{wobei} \quad \eta^2 + \epsilon^2 = 1 \quad (43)$$

Damit ergibt sich zum Beispiel für die Wahrscheinlichkeiten bei einer Polarisationsanalyse in +, -, H, V, L und R im Ausgang  $l$  (die Berechnungen für Ausgang  $r$  sind analog):

$$P_+(\Phi) = |{}_p\langle + | \text{Out } l \rangle_p|^2 \propto 1 - \cos \Phi \quad (44)$$

$$P_-(\Phi) = |{}_p\langle - | \text{Out } l \rangle_p|^2 \propto 1 + \cos \Phi \quad (45)$$

$$P_H(\Phi) = |{}_p\langle H | \text{Out } l \rangle_p|^2 \propto 1 - 2\epsilon\eta \cos \Phi \quad (46)$$

$$P_V(\Phi) = |{}_p\langle V | \text{Out } l \rangle_p|^2 \propto 1 - 2\epsilon\eta \cos \Phi \quad (47)$$

$$P_L(\Phi) = |{}_p\langle L | \text{Out } l \rangle_p|^2 \propto 1 - 2\epsilon\eta \cos \Phi + (\epsilon^2 - \eta^2) \sin \Phi \quad (48)$$

$$P_R(\Phi) = |{}_p\langle R | \text{Out } l \rangle_p|^2 \propto 1 - 2\epsilon\eta \cos \Phi - (\epsilon^2 - \eta^2) \sin \Phi \quad (49)$$

Man erkennt, dass bei Analyse in + und - der Fehler des PBS keinen Einfluss auf die Visibility hat. Analysiert man jedoch in H oder V, verursacht der Fehler Interferenz mit einer Visibility von  $\mathcal{V} = 2\epsilon\eta = 0,080$ .

Bei Analyse in L und R verringert der Fehler des PBS die Visibility, allerdings in diesem Fall nur so wenig, dass im Rahmen der Messgenauigkeit  $\mathcal{V} = 1,0$  gilt. Der Fehler verschiebt für L und R außerdem die Phase des Interferenzmusters um etwa 1,3 % einer Periode.

Die Tatsache, dass die **Prismen** die Polarisation drehen, hat denselben Effekt auf die Visibilities wie der Fehler des PBS. Denn durch die Drehung der Polarisation bekommt das vorher H-polarisierte Licht einen kleinen V-polarisierten Anteil und umgekehrt.

Mit  $\epsilon^2 = \Delta_{\text{Prisma}} = 1,1\%$  ergibt sich bei Analyse in H bzw. V für die von den Prismen verursachte Visibility  $\mathcal{V} = 2\epsilon\eta = 0,209$ .

Für die Analyse in L bzw. R ist die Visibility wie oben im Rahmen der Messgenauigkeit nicht beeinträchtigt, der entstehende Phasenschub beträgt 3,4 % einer Periode.

Als nächstes wird der Einfluss des leicht polarisationsabhängigen Aufspaltungsverhältnisses des **BS** auf die Visibility abgeschätzt. Wie oben beschrieben, reflektiert der BS einen Anteil  $r_H^2 = R_H = 0,476$  und transmittiert einen Anteil  $t_H^2 = T_H = 0,524$  des auftreffenden H-polarisierten Lichts. Von dem auftreffenden V-polarisierten Licht wird ein Anteil  $r_V^2 = R_V = 0,486$  reflektiert und ein Anteil  $r_V^2 = R_V = 0,514$  transmittiert. Es gilt also

$$r_H^2 + t_H^2 = 1 \quad (50)$$

und

$$r_V^2 + t_V^2 = 1 \quad (51)$$

Die Zustände in den Ausgängen werden damit zu

$$|\text{Out } l\rangle_p \propto e^{i\Phi} |H\rangle_p t_H - |V\rangle_p r_V \quad (52)$$

$$|\text{Out } r\rangle_p \propto e^{i\Phi} |H\rangle_p r_H + |V\rangle_p t_V \quad (53)$$

Werden diese Zustände auf H oder V projiziert, sieht man, dass dieser Fehler des BS in diesen Fällen keinen Einfluss auf die Messwahrscheinlichkeiten hat. Analysiert man jedoch in +, ergibt sich

$$|{}_p\langle + | \text{Out } l \rangle_p|^2 \propto 1 - \frac{2r_V t_H}{t_H^2 + r_V^2} \cos \Phi \quad (54)$$

$$\Rightarrow \mathcal{V} = \frac{2r_V t_H}{t_H^2 + r_V^2} \quad (55)$$

und

$$|{}_p\langle + | \text{Out } r \rangle_p|^2 \propto 1 + \frac{2r_H t_V}{t_V^2 + r_H^2} \cos \Phi \quad (56)$$

$$\Rightarrow \mathcal{V} = \frac{2r_H t_V}{t_V^2 + r_H^2} \quad (57)$$

Bei Analyse in -, L und R folgen dieselben Visibilities. Setzt man die Werte für  $r_H$ ,  $t_H$ ,  $r_V$  und  $t_V$  ein, folgt eine Verringerung der Visibility auf  $\mathcal{V} = 0,999$  aufgrund des Fehlers des BS.

Weicht der **Polarisationszustand am Eingang** des Interferometers von  $|+\rangle_p$  ab, hat auch dies einen Einfluss auf die Visibilities. Beschreibt man den Eingangszustand mit

$$|\text{Input}\rangle_p = \cos \theta |H\rangle_p + e^{i\chi} \sin \theta |V\rangle_p \quad (58)$$

folgt daraus für den Zustand nach dem Phasenschub durch das Glasplättchen

$$|\text{Phase}\rangle \propto e^{i\Phi} \cos \theta |a\rangle_r |H\rangle_p + i e^{i\chi} \sin \theta |b\rangle_r |V\rangle_p \quad (59)$$

Damit werden die Zustände an den Ausgängen zu

$$|\text{Out } l\rangle_p \propto \cos \theta |H\rangle_p - e^{i(\chi-\Phi)} \sin \theta |V\rangle_p \quad (60)$$

und

$$|\text{Out } r\rangle_p \propto \cos \theta |H\rangle_p + e^{i(\chi-\Phi)} \sin \theta |V\rangle_p \quad (61)$$

Für die Analyse in +, -, L und R ergibt sich in beiden Ausgängen die Visibility

$$\mathcal{V} = 2 \sin \theta \cos \theta \quad (62)$$

und eine Phasenverschiebung von  $\chi$ .

Der Fehler  $\Delta\theta$  wird hier folgendermaßen abgeschätzt: Bei der Einstellung der Eingangspolarisation wurde durch Drehen des Polarisationsreglers beim Rückwärtsstrahlen durch das Interferometer auf ein Intensitätsminimum justiert (siehe Abschnitt 3.2.4). Dieses Minimum lag mit 63 nW etwas über dem gemessenen Hintergrund von 43 nW, das Intensitätsmaximum hinter dem Polarisator lag bei 550 nW. Es ergibt sich demnach ein (normierter) Fehler  $\Delta I_{\min}$  des Intensitätsminimums von

$$\Delta I_{\min} = \frac{I_{\min} - \text{Hintergrund}}{I_{\max} - \text{Hintergrund}} = \frac{63 \text{ nW} - 43 \text{ nW}}{550 \text{ nW} - 43 \text{ nW}} = 0,0394 \quad (63)$$

Nimmt man nun an, dass der gesamte Fehler des Intensitätsminimums  $\Delta I_{\min}$  bei der Justage der Eingangspolarisation an einem Fehler in  $\theta$  (und nicht in  $\chi$ ) liegt, berechnet sich dieser Fehler  $\Delta\theta$  durch

$$\begin{aligned}\Delta I_{\min} &= \left| \langle - | \left( \cos\left(\frac{\pi}{4} + \Delta\theta\right) |H\rangle_p + \sin\left(\frac{\pi}{4} + \Delta\theta\right) |V\rangle_p \right) \right|^2 \\ &= \frac{1}{2} - \cos\left(\frac{\pi}{4} + \Delta\theta\right) \sin\left(\frac{\pi}{4} + \Delta\theta\right) \\ \Rightarrow \Delta\theta &= \left| \frac{1}{2} \arcsin(1 - 2\Delta I_{\min}) - \frac{\pi}{4} \right| = 0,200\end{aligned}\quad (64)$$

Es wurde eine Projektion auf  $-$  gewählt, da diese bei der gewünschten  $+$ -Polarisation des Eingangszustands zu einem Intensitätsminimum führt.

Einsetzen von  $\theta = \frac{\pi}{4} + \Delta\theta$  ergibt eine durch den Fehler in der Eingangspolarisation verringerte Visibility von  $\mathcal{V} = 2 \sin\theta \cos\theta = 0,922$ .

Der Verlust von Intensität durch das **Glasplättchen** im Arm a beeinflusst die Visibility auf dieselbe Weise wie ein Fehler der Eingangspolarisation in  $\theta$ . Ein Verlust von 9,0% der Intensität in Arm a führt dazu, dass nicht mehr 50% der Gesamtintensität in einem Arm und 50% im anderen sind, sondern dass man nur noch 48% der Intensität im Arm a und 52% im Arm b misst. Die daraus folgende Visibility  $\mathcal{V} = 2\sqrt{0,48}\sqrt{0,52}$  ist im Rahmen der Messgenauigkeit gleich 1.

Dieser Effekt kann also genauso wie der Einfluss der Fehler des PBS und der Prismen vernachlässigt werden.

Kombiniert man die maximal mögliche Visibility aufgrund der Fehler des BS und der Eingangspolarisation, erhält man die unter Berücksichtigung der oben genannten Fehler theoretisch maximal mögliche Visibility

$$\mathcal{V}_{\text{theoret}} = \mathcal{V}(\text{BS}) \cdot \mathcal{V}(\text{Eingangspolarisation}) = 0,999 \cdot 0,922 = 92,1\% \quad (65)$$

Die im Experiment erreichten maximalen Visibilities liegen mit  $\mathcal{V}(\text{Ausgang } l) = 88,1\%$  und  $\mathcal{V}(\text{Ausgang } r) = 86,7\%$  deutlich unter diesem Wert. Dies könnte daran liegen, dass der Überlapp der Strahlen aus den beiden Armen nicht genau stimmt, da dies zur Folge hätte, dass in die Singlemodfasern an den Ausgängen des Interferometers Intensität aus Bereichen des Strahls eingekoppelt würde, in denen keine Interferenz oder Interferenz mit geringerer Visibility vorhanden ist.

Da es möglich ist, dass bei der Einkopplung in den beiden Ausgängen unterschiedliche Bereiche des Strahls eingekoppelt werden, könnte dies den Unterschied der Visibilities in den beiden Ausgängen erklären.

Ein anderer Grund für einen Unterschied zwischen den beiden Ausgängen könnte auch eine Drehung des Polarisationszustandes bei Reflexion an dem dielektrischen Spiegel vor der Polarisationsanalyse im Ausgang  $l$  sein (vgl. Abb. 4). Dies wurde jedoch bisher noch nicht näher untersucht.

Bei Analyse in H und V wurde im Experiment Interferenz beobachtet, obwohl die Theorie diese nicht voraussagt (vgl. Abb. 8). Diese Tatsache lässt sich mit den in diesem Abschnitt durchgeführten Berechnungen begründen. Allein durch die Polarisationsdrehung bei Rückreflexion an den Prismen lässt sich eine Visibility von 20,9% erklären.

Dieser Wert liegt sogar noch über den gemessenen Werten von  $\mathcal{V}(\text{Ausgang } l) = 15,9\%$  und  $\mathcal{V}(\text{Ausgang } r) = 10,6\%$ .

### 3.3.3 Stabilität

Bei Messungen der Stabilität des Interferometers über mehrere Stunden stellte sich heraus, dass das Interferometer nicht langzeitstabil ist.

Abbildung 6 zeigt die mit einer Photodiode in einem Ausgang gemessene Intensität einer Stabilitätsmessung über ein Wochenende. Am Anfang der Kurve sieht man, wo im Vergleich zu den Schwankungen bei der Stabilitätsmessung Maximum und Minimum des Interferenzsignals liegen. Dazu wurde vor Beginn der Stabilitätsmessung mit dem Piezokristall die Armlänge des Arms  $a$  periodisch verändert. Auffällig ist dabei, dass die Intensität später sowohl unter dieses Minimum sinkt als auch über das Maximum steigt. Dies könnte daran liegen, dass der Piezo bei der Messung der Interferenz die Armlänge nicht genügend weit variiert hat, denn ändert dieser den Weglängenunterschied um weniger als eine Wellenlänge, sieht man unter Umständen eine verringerte Visibility.

Während der Stabilitätsmessung wurde die Laserleistung der Quelle mitgemessen, diese war jedoch über den gesamten Zeitraum konstant. Die Schwankungen der Intensität am Ausgang des Interferometers müssen demnach auf Instabilitäten der Phasenbeziehung zwischen dem Licht aus den beiden Armen zurückgeführt werden.

Wichtig für die Interpretation der Messkurve ist die Tatsache, dass an dem Wochenende der Messung die Klimaanlage im Labor phasenweise wegen Wartungsarbeiten ausgeschaltet wurde. Dies erklärt möglicherweise die extremen Schwankungen der Phase von Samstagmittag bis Sonntagmorgen. Änderungen der Temperatur haben einen Einfluss auf den Brechungsindex der Luft und damit auf die optische Weglängen im Interferometer. Zusätzlich können auch temperaturbedingte Materialausdehnungen die Weglängen beeinflussen.

Interessant ist außerdem, dass am Sonntag die Phase etwa 15 Stunden lang relativ stabil war. Dies könnte ein Hinweis darauf sein, dass die Stabilität des Interferometers sensibel auf Aktivitäten im Labor wie Schritte oder das Öffnen und Schließen der Tür ist. Dabei können Luftzüge und Erschütterungen entstehen, die die optischen Weglängen ebenfalls verändern können. Zweiteres ist plausibel, da der Aufbau nicht auf einem schwingungsgedämpften optischen Tisch steht.

Da aber die Polarisationsanalyse nicht motorisiert ist, sondern von Hand bedient werden muss, stellt dies ein Problem für die Messungen dar.

Aufgrund obiger Überlegungen wurde nach der beschriebenen Stabilitätsmessung ein dichter Kasten mit Deckel um das Interferometer gebaut, wobei die manuelle Polarisationsanalyse sich außerhalb des Kastens befindet. Mit dieser Maßnahme sollten Temperaturschwankungen und Luftzüge in den Armen des Interferometers verringert werden. Um außerdem die Übertragung von Vibrationen auf die Metallplatte des Aufbaus beim Verstellen der Polarisationsanalyse zu dämpfen, wurden die Komponenten der Polarisationsanalyse auf eine Schicht Gummi gestellt.

Die Langzeitstabilität des Interferometers konnte jedoch mit diesen Maßnahmen nicht gewährleistet werden. Eine Idee zur Verbesserung wäre, den Aufbau auf einen optischen

Tisch mit Dämpfung zu stellen. Zudem könnte man die Polarisationsanalyse mit Rotationsmotoren wie dem, der das Glasplättchen dreht, automatisieren. Die sicherste Methode wäre wahrscheinlich die aktive Stabilisierung des Interferometers.

Um die für die geplanten Messungen wichtige Kurzzeitstabilität zu überprüfen, wurden Testmessungen durchgeführt, bei denen die Polarisationsanalyse von Hand gedreht wurde. Über den Zeitraum von einer Messung (etwa zehn Minuten) driftete die Phase maximal um 5,5 % einer vollen Periode und durchschnittlich um etwa 2,7 %. Nimmt man also einen Fehler in der Phase von  $\Delta_{\text{Drift}} \Phi = 0,055$  an und geht von einem sinusförmigen Intensitätsverlauf aus, folgt für den Fehler der Intensität  $\Delta I$  an der Stelle maximaler Steigung:

$$\Delta I = \left. \frac{\partial \sin \Phi}{\partial \Phi} \right|_{\Phi=0} \cdot \Delta_{\text{Drift}} \Phi = \Delta_{\text{Drift}} \Phi = 5,5 \% \quad (66)$$

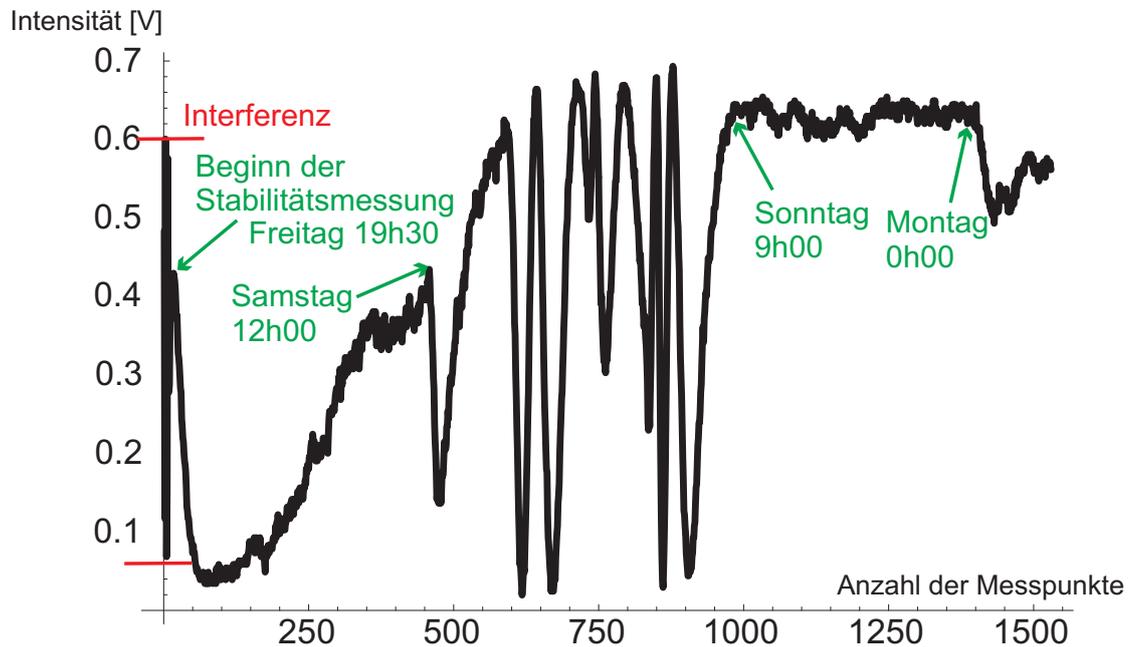


Abbildung 6: Stabilitätsmessung über ein Wochenende

### 3.4 Messung

Die Gleichungen (26) und (27) geben die theoretischen Korrelationsfunktionen abhängig vom Phasenschub  $\Phi$  zwischen den beiden Armen des Interferometers und der durch  $\kappa$  und  $\lambda$  beschriebenen Analysepolarisation an. Setzt man die entsprechenden Werte für  $\kappa$  und  $\lambda$  ein, erhält man folgende von  $\Phi$  abhängige Korrelationsfunktionen für die verschiedenen Polarisationsanalysen:

	Ausgang $l$	Ausgang $r$
H	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
V	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
+	$\frac{1}{4}(1 - \cos \Phi)$	$\frac{1}{4}(1 + \cos \Phi)$
-	$\frac{1}{4}(1 + \cos \Phi)$	$\frac{1}{4}(1 - \cos \Phi)$
L	$\frac{1}{4}(1 + \sin \Phi)$	$\frac{1}{4}(1 - \sin \Phi)$
R	$\frac{1}{4}(1 - \sin \Phi)$	$\frac{1}{4}(1 + \sin \Phi)$

Zur Messung dieser Funktionen wird bei fester Analysepolarisation der Phasenschub  $\Phi$  durch Drehen des Glasplättchens mit Hilfe des Rotationsmotors kontinuierlich geändert. Die bei einer Polarisationsanalyse in + und in H in den beiden Ausgängen detektierten Intensitätsverläufe sind auf den Abbildungen 7 und 8 gezeigt.

Abgesehen von den schon diskutierten Visibilities, fällt auf, dass die Kurven der beiden Ausgänge nicht wie von der Theorie vorausgesagt genau gegenphasig sind. Bei Analyse in + sind die Fitkurven der beiden Ausgänge um 8,2 % einer Periode gegeneinander verschoben, bei H sind es sogar 22,7 %. Ein möglicher Grund dafür könnte ein Phasenschub zwischen H- und V-polarisiertem Anteil des Lichts durch die Reflexion an dem dielektrischen Spiegel vor der Polarisationsanalyse im Ausgang  $l$  sein.

In den Abbildungen 7 und 8 wurde auf die Messkurven die folgende Fitfunktion mit den Fitparametern  $A_f$ ,  $\mathcal{V}_f$ ,  $f_f$  und  $c_f$  angewendet:

$$F(x) = A_f[1 - \mathcal{V}_f \sin(f_f x + c_f)] \quad (67)$$

wobei  $A_f$  die Amplitude der Fitfunktion angibt,  $f_f$  ihre Frequenz,  $c_f$  eine Verschiebung der Phase und  $|\mathcal{V}_f|$  die Visibility der Fitkurve. Diese Parameter der Fits für die Korrelationsfunktionen bei Analyse in + und in H in den beiden Ausgängen  $l$  und  $r$  und die Fehler dieser Parameter sind:

+ in Ausgang $l$	Fitparameter	Fehler
$A_f[\frac{1}{s}]$	39288	1321
$\mathcal{V}_f$	0,86	0,05
$f_f[\frac{1}{mm}]$	5700	88
$c_f$	1,00	0,11

+ in Ausgang $r$	Fitparameter	Fehler
$A_f[\frac{1}{s}]$	36915	1220
$\mathcal{V}_f$	-0,80	0,05
$f_f[\frac{1}{mm}]$	5725	95
$c_f$	-4,80	0,12

H in Ausgang $l$	Fitparameter	Fehler
$A_f[\frac{1}{s}]$	35169	208
$\mathcal{V}_f$	-0,141	0,008
$f_f[\frac{1}{mm}]$	5879	65
$c_f$	1,21	0,12

H in Ausgang $r$	Fitparameter	Fehler
$A_f[\frac{1}{s}]$	26799	114
$\mathcal{V}_f$	-0,089	0,006
$f_f[\frac{1}{mm}]$	5758	73
$c_f$	-0,38	0,13

Die Visibility der Messkurve bei der Polarisationsanalyse in + im Ausgang  $l$  liegt bei  $\mathcal{V} = 0,881$  und stimmt damit mit der Visibility der Fitkurve  $\mathcal{V}_f = 0,86 \pm 0,05$  im Rahmen des Fehlers des Fits überein. Bei den anderen Kurven stimmen  $\mathcal{V}$  und  $\mathcal{V}_f$  nicht überein.

Ein möglicher Grund dafür, dass die Fitparameter nicht sehr gut mit den gemessenen Werten übereinstimmen, ist, dass die Kurven in Abhängigkeit vom Drehwinkel  $\alpha$  des Glasplättchens aufgenommen wurden und die Theorie eine sinusförmige Abhängigkeit der Messwerte von der durch das Plättchen verursachten Phase  $\Phi$  und nicht von  $\alpha$  voraussetzt. Den Zusammenhang zwischen  $\Phi$  und  $\alpha$  gibt die Gleichung (13) an. Bei den im Experiment gewählten Winkeln  $\alpha$  nahe  $45^\circ$  ist der Zusammenhang zwar näherungsweise, jedoch nicht vollständig linear.

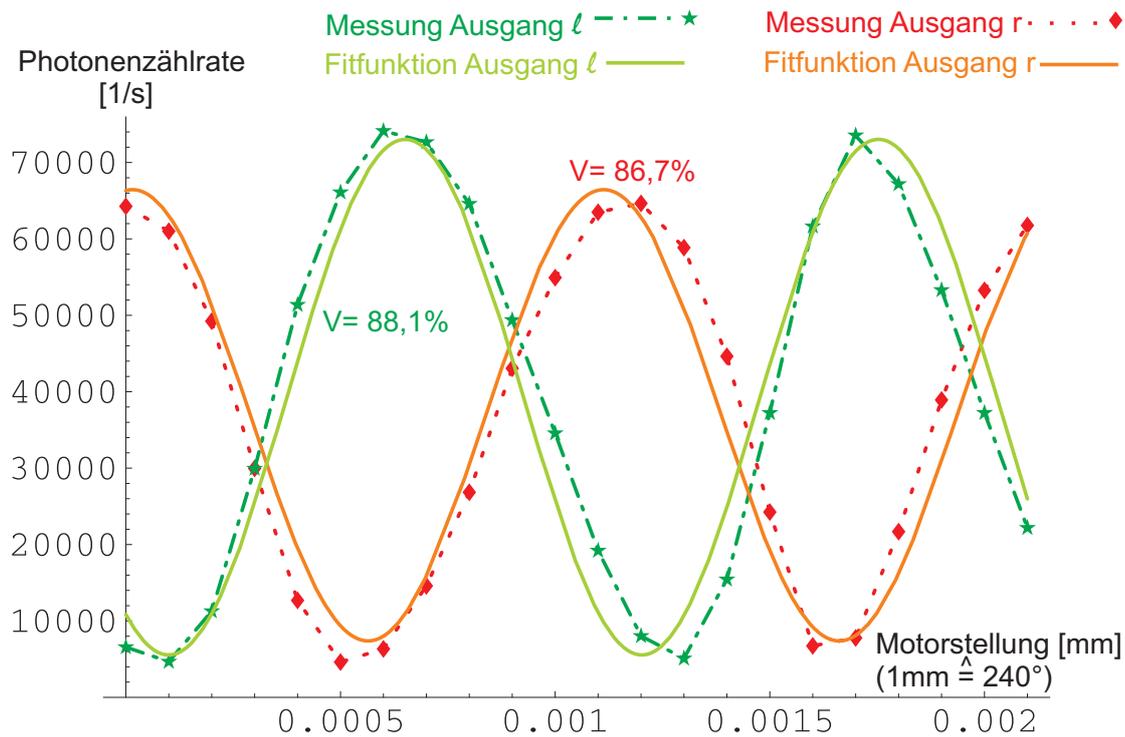


Abbildung 7: Bei einer Polarisationsanalyse in + gemessene Korrelationsfunktionen in Abhängigkeit von der Winkelstellung des Glasplättchens. An die Messkurven wurde die Fitfunktion  $F(x) = A_f[1 - \mathcal{V}_f \sin(f_f x + c_f)]$  angepasst. Von den Zählraten wurden die jeweiligen Dunkelzählraten der Detektoren abgezogen. Im Idealfall sollten die Visibilities bei 100 % liegen und die Signale aus den beiden Ausgängen genau gegenphasig sein.

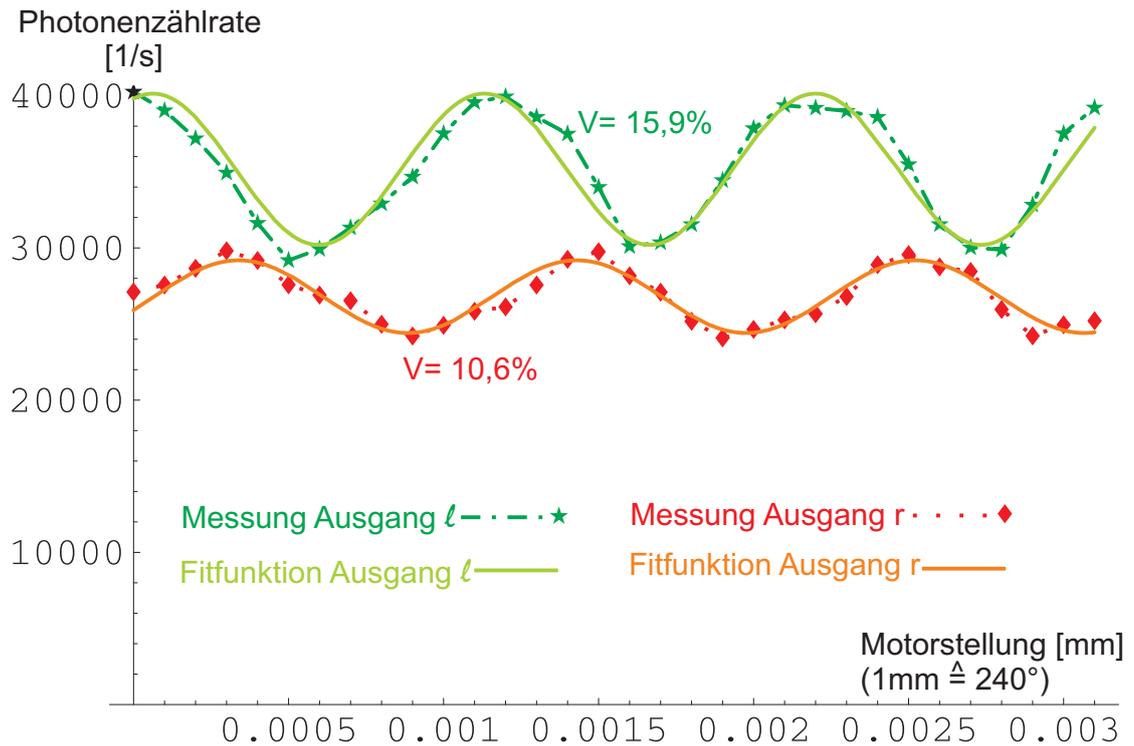


Abbildung 8: Bei einer Polarisationsanalyse in H gemessene Korrelationsfunktionen in Abhängigkeit von der Winkelstellung des Glasplättchens. An die Messkurven wurde die Fitfunktion  $F(x) = A_f[1 - V_f \sin(f_f x + c_f)]$  angepasst. Die jeweiligen Dunkelzählraten der Detektoren wurden von den Zählraten abgezogen. Im Idealfall sollte keine Interferenz sichtbar sein.

## 4 Zusammenfassung und Ausblick

Das Michelson-Interferometer zur Erzeugung und Analyse von Hyperentanglement wurde aufgebaut und erste Korrelationsfunktionen wurden gemessen. Die bisher erreichten maximalen Visibilities liegen bei 88,1 % und 86,7 % in den beiden Ausgängen. Diese könnten eventuell verbessert werden indem der Fehler in der Eingangspolarisation durch einen Polarisator, der diese Polarisation direkt vor dem PBS festlegt, verringert wird. Außerdem sollte untersucht werden, ob sich der Polarisationszustand der Photonen bei Reflexion an dem dielektrischen Spiegel, der im Ausgang l vor der Polarisationsanalyse steht, ändert. Dies könnte auch ein Grund dafür sein, dass die in den beiden Ausgängen gemessenen Korrelationsfunktionen nicht genau gegenphasig sind.

Das Interferometer ist bisher noch nicht langzeitstabil, über die kurze Zeit einer Messung führt die Instabilität zu einem Fehler in den gemessenen Intensitäten von 5,5 %. Um die Stabilität zu erhöhen, könnte man den Aufbau auf einen gedämpften optischen Tisch

stellen, die Polarisationsanalyse automatisieren und eventuell das Interferometer aktiv stabilisieren.

Zur genauen Untersuchung des erzeugten Zustands wäre der nächste Schritt, eine vollständige Zustandstomographie durchzuführen. Ist sichergestellt, dass das Interferometer stabil genug ist und den erwarteten Zustand erzeugt, kann die abgeschwächte Laserquelle durch eine Photonenpaarquelle, die die Photonen mit Hilfe von spontaner parametrischer Fluoreszenz erzeugt, ersetzt werden. Dies ermöglicht dann die Generierung von

- 2 Qubits mit den Freiheitsgraden der Polarisation und der räumlichen Mode des einen Photons, während das andere als Trigger verwendet wird,
- 3 Qubits, indem die Polarisation des zweiten Photons mitgemessen wird,
- 4 Qubits, wenn man das zweite Photon durch ein zweites Interferometer schickt und so beide Freiheitsgrade beider Photonen nutzt.

Das Michelson-Interferometer würde bei diesen Experimenten also ermöglichen, den Hilbertraum eines Zwei-Photonen-Systems zu erweitern ohne die Anzahl der Photonen zu erhöhen. Allgemein kann ein solches Interferometer überall dort eingesetzt werden, wo bisher nur der Polarisationsfreiheitsgrad von Photonen zur Kodierung von Information genutzt wird.



## Literatur

- [1] M.A. Nielsen und I.L. Chuang. *Quantum Computation and Quantum Information*, Cambridge University Press, 8. Auflage, 2005
- [2] J.J. Sakurai. *Modern quantum mechanics*, Addison-Wesley Publishing Company, Revised Edition, 1994
- [3] V. Giovannetti, S. Lloyd und L. Maccone. *Quantum-enhanced measurements: Beating the standard quantum limit*, Science, Vol. 306, 2004
- [4] M. Michler, H. Weinfurter und M. Zukowski. *Experiments towards falsification of noncontextual hidden variable theories*, Physical Review Letters, Vol. 84 #24, 2000
- [5] H. Häffner, W. Hänsel, C.F. Roos, J. Benhelm, D. Chek-al-kar, M. Chwalla, T. Körber, U.D. Rapol, M. Riebe, P.O. Schmidt, C. Becher, O. Gühne, W. Dür und R. Blatt. *Scalable multiparticle entanglement of trapped ions*, Nature, Vol. 438 #1, 2005
- [6] W. Wieczorek, R. Krischek, N. Kiesel, P. Michelberger, G. Tóth, H. Weinfurter. *Experimental Entanglement of a six-photon symmetric Dicke state*, Physical Review Letters, Vol. 103 #2, 2009
- [7] W.-B. Gao, C.-Y. Lu, X.-C. Yao, P. Xu, O. Gühne, A. Goebel, Y.-A. Chen, C.-Z. Peng, Z.-B. Chen und J.-W. Pan. *Experimental demonstration of a hyper-entangled ten-qubit Schrödinger cat state*, Nature Physics, Online-Veröffentlichung März 2010
- [8] W. Zinth und U. Zinth. *Optik*, Oldenbourg Verlag, 2005
- [9] R.A. Campos, B.E.A. Saleh und M.C. Teich. *Quantum-mechanical lossless beam splitter:  $SU(2)$  symmetry and photon statistics*, Physical Review A, Vol. 40 #3, 1989
- [10] B.E.A. Saleh und M.C. Teich. *Fundamentals of Photonics*, John Wiley & Sons, 1991



## Danksagung

Für die unermüdliche Unterstützung, viele lehrreiche Diskussionen und eine spannende, bereichernde und wunderbare Zeit möchte ich mich bei Christian, Daniel, Roland und Witlef bedanken.

Und ich möchte meinem Wahlbruder Matthias dafür danken, dass er immer für mich da ist.



## **Selbstständigkeitserklärung**

Hiermit erkläre ich, Isabel Krebs, die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst und nur die angegebenen Quellen und Hilfsmittel verwendet zu haben.

München, den 10.5.2010